ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΤ΄ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

Ντάφου Ευθυμία

ΣΧΕΔΙΟ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ
Κεφάλαιο 26ο : Εξισώσεις στις οποίες ο άγνωστος είναι προσθετέος

1. Διδακτικοί στόχοι

Για το συγκεκριμένο κεφάλαιο, οι στόχοι για το μαθητή είναι οι ακόλουθοι:

- Να σχηματίζει την εξίσωση ενός προβλήματος.
- Να λύνει μια εξίσωση με δοκιμές και έλεγχο.
- Να λύνει μια εξίσωση χρησιμοποιώντας την αφαίρεση ως αντίστροφη πράξη της πρόσθεσης

Οι στόχοι πρέπει να ανακοινώνονται στους μαθητές για να προσανατολίζουν και αυτοί τις προσπάθειές τους στην επίτευξη των στόχων αυτών.

2. Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων

Οι εισαγωγικές δραστηριότητες του μαθήματος δίνουν την ευκαιρία στο δάσκαλο για να κάνει διαπιστώσεις όσον αφορά:

- Την κατανόηση της έννοιας της μεταβλητής και την ικανότητα των μαθητών να χρησιμοποιούν μεταβλητές για να εκφράσουν τις σχέσεις που περιγράφονται σε ένα πρόβλημα με ένα άγνωστο ή μια μεταβλητή ποσότητα.
- την επίλυση αριθμητικών παραστάσεων (παραστάσεις με γνωστούς αριθμούς), σε αντιπαραβολή τις αλγεβρικές παραστάσεις (παραστάσεις με άγνωστες ή μεταβλητές ποσότητες) στις οποίες ασκούνται τώρα.

3. Δραστηριότητες για την προσέγγιση της νέας γνώσης

Στη φάση αυτή οι μαθητές αντιμετωπίζουν προβληματικές καταστάσεις στις οποίες εμπλέκονται οι μαθηματικές έννοιες που πρέπει να διδαχθούν. Οι προβληματικές αυτές καταστάσεις προέρχονται από το περιβάλλον και τα ενδιαφέροντά τους, ώστε μέσα από προβληματισμό να οδηγηθούν στην αναγκαιότητα της συγκεκριμένης γνώσης. Οι απαντήσεις στις δραστηριότητες είναι κρυμμένες πίσω από τα δεδομένα, έτσι ώστε οι μαθητές να οδηγούνται εύκολα στη σωστή απάντηση. Απλές δραστηριότητες προτείνεται να αντιμετωπίζονται ατομικά, ενώ δραστηριότητες που παρουσιάζουν δυσκολία είναι προτιμότερο να αντιμετωπίζονται σε μικρές ομάδες (αυτό υποδεικνύεται και στην εκφώνηση: γράψε ή γράψτε). Ενδεικτικά παρατίθεται η μια από τις δύο εισαγωγικές δραστηριότητες που υπάρχουν στο βιβλίο του μαθητή:

Δραστηριότητα 1η

Ο Βασίλης πήγε στο σχολείο με μερικά ψιλά στην τσέπη του. Στο δρόμο βρήκε 23 λεπτά. Όταν έφτασε στο σχολείο και μέτρησε τα λεφτά του είδε ότι είχε 1,13 . Πόσα χρήματα είχε άραγε όταν έφυγε από το σπίτι;

Χρησιμοποίησε μια μεταβλητή για να συμβολίσεις το ποσό που μας ζητάει να βρούμε. ....

Μπορείς με τη βοήθεια της μεταβλητής που επέλεξες και τα ποσά που ήδη γνωρίζεις να εκφράσεις με μια ισότητα την κατάσταση που περιγράφει το πρόβλημα;

Γράψε την ισότητα: ……..

Οι φίλοι του Βασίλη διαφωνούν για τα λεπτά που είχε στην τσέπη του. Η Μαρία λέει ότι είχε 80, Ο Γιάννης 85 η Πόπη 90 και ο Πάνος 95 λεπτά. Ποιος έχει δίκιο και γιατί;

Η λύση των εξισώσεων δεν προσανατολίζεται καθαρά στην τεχνική, αλλά περισσότερο στην ανάπτυξη του τρόπου σκέψης που χρειάζεται να υιοθετήσει το παιδί για να μετατρέψει ένα πρόβλημα σε μια αλγεβρική παράσταση. Οι ερωτήσεις που συνοδεύουν τη δραστηριότητα υποδεικνύουν και τον τρόπο επίλυσης της προβληματικής κατάστασης. Το βοηθούν να ανακαλύψει ότι κάποιο από τα στοιχεία του προβλήματος είναι απαραίτητο να συμβολιστεί επειδή είναι άγνωστο, προκειμένου να ολοκληρωθεί η αλγεβρική παράσταση.

4. Διατύπωση συμπερασμάτων και μορφοποίηση αυτών σε κανόνες

Μετά την εκτέλεση των δραστηριοτήτων ζητάμε από τα παιδιά να διατυπώσουν τα συμπεράσματά τους. Εδώ γίνεται η συστηματοποίηση και έκφραση της μαθηματικής γνώσης που «αναδύθηκε» μέσα από τις δραστηριότητες της πρώτης σελίδας του μαθήματος. Αυτή η συστηματοποιημένη μαθηματική γνώση στο βιβλίο είναι διακριτή σε ειδική γαλάζια στήλη και συνοδεύεται από αντίστοιχα παραδείγματα, με στόχο να διευκολύνει το μαθητή στη διάκριση της μαθηματικής γνώσης από τα πεδία εφαρμογής της Ο πίνακας με συστηματοποιημένη τη μαθηματική γνώση του κεφαλαίου από το βιβλίο του μαθητή έχει ως εξής:

Από τα προηγούμενα διαπιστώνουμε ότι ένα πρόβλημα μπορεί να εκφραστεί συμβολικά με μια ισότητα βάζοντας στη θέση του άγνωστου ποσού μια μεταβλητή.

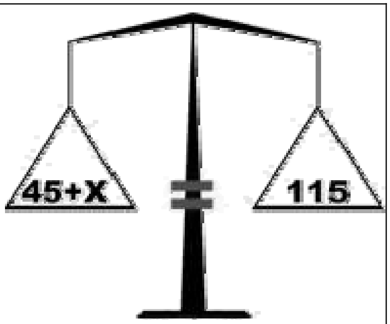
Εξίσωση	Παραδείγματα
Μια ισότητα που περιέχει μια μεταβλητή, λέγεται εξίσωση με έναν άγνωστο.	$X + 5 = 12$
Η τιμή που επαληθεύει την εξίσωση ονομάζεται λύση της εξίσωσης.	Η λύση της εξίσωσης $x + 5 = 12$ είναι ο αριθμός 7. Αν αντικαταστήσω τη μεταβλητή με το 7 έχω $7 + 5 = 12$
Όταν ο άγνωστος έχει τη θέση προσθετέου, για να λύσω την εξίσωση αφαιρώ από το άθροισμα τον άλλο προσθετέο.	Η λύση της εξίσωσης $x + 5 = 12$ είναι $x = 12 – 5$

Η εξίσωση μοιάζει με μια ζυγαριά που ισορροπεί. Αν πρέπει να αφαιρέσω έναν αριθμό από τη μία πλευρά, για να συνεχίσει να ισορροπεί, πρέπει να αφαιρέσω τον ίδιο αριθμό κι από την άλλη.

5. Εφαρμογές της νέας γνώσης

Στη συνέχεια παρουσιάζονται εφαρμογές των μαθηματικών εννοιών ή συναφών προβληματικών καταστάσεων και υπόδειξη στρατηγικών επίλυσης ή επίδειξη χρήσης με τεχνικές που δεν μπορεί να ανακαλύψει μόνος του ο μαθητής. Οι εφαρμογές που αποτελούν μεθόδους επίλυσης προβλημάτων παρουσιάζονται σε πορτοκαλί πλαίσιο.

Εφαρμογή 1η: *Η εξίσωση σαν ζυγαριά*



Σε μια ζυγαριά με δύο δίσκους τοποθετούμε στον έναν βάρος 115 γραμμαρίων και στον άλλο 45 γραμμάρια. Πόσο βάρος πρέπει να τοποθετήσουμε ακόμη, ώστε να ισορροπήσει η ζυγαριά; Με τη βοήθεια μιας μεταβλητής, γράψε την εξίσωση που περιγράφει την κατάσταση αυτή και υπολόγισε τον άγνωστο.

Λύση

1. Ονομάζω την άγνωστη τιμή x. Η εξίσωση στη ζυγαριά είναι $45 + x = 115$.
2. Σκέφτομαι πως για να ισορροπήσει η ζυγαριά πρέπει τα βάρη στους δυο δίσκους να είναι ίσα. Υπολογίζω με το νου πόσο είναι το x, προσθέτοντας όσο βάρος χρειάζεται στο 45 ώστε να γίνει 115. Έτσι 45 + ... = 115. Άρα x = ...

Απάντηση: Πρέπει να βάλουμε ακόμη .... γραμμάρια στο δίσκο.

Η ζυγαριά θεωρείται ένα κατάλληλο εργαλείο για να εξηγήσει την έννοια της εξίσωσης. Η έννοια της ισορροπίας στη ζυγαριά παραβάλλεται με την έννοια της ισότητας σε μια εξίσωση. Τα μοντέλα βοηθούν τα παιδιά να σκεφτούν και να προβληματιστούν σχετικά με τις μαθηματικές έννοιες. Για το σκοπό αυτό θα πρέπει να ενθαρρύνεται η χρήση πολλαπλών αναπαραστάσεων των μαθηματικών ιδεών (πραγματικές καταστάσεις, προφορική γλώσσα, γραπτός συμβολισμός, εικόνες, χειραπτικά μοντέλα). Η λύση σε τέτοιου τύπου προβλήματα μπορεί να εξηγηθεί τόσο με τη μέθοδο της ζυγαριάς που πρέπει πάντα να ισορροπεί όσο και με τη μέθοδο των αντίθετων πράξεων. Οτιδήποτε κάνουμε στην μια πλευρά της εξίσωσης πρέπει να κάνουμε και στην άλλη, προκειμένου να παραμείνει η ισότητα, όπως και στην περίπτωση της ζυγαριάς ό,τι κάνω από τη μια πλευρά της πρέπει να κάνω και από την άλλη. Κάθε παιδί θα μπορέσει έτσι να επιλέξει τον τρόπο που είναι πιο βολικός στη σκέψη του για να ερμηνεύσει και να λύσει την εξίσωση.

Εφαρμογή 2^{η}: *Λύση εξίσωσης με τις αντίστροφες πράξεις*

Ο Λευτέρης είχε 16 κάρτες ποδοσφαιριστών, όταν άρχισε να παίζει με τον Γιώργο και κέρδισε μερικές από αυτόν. Τώρα έχει 27 κάρτες. Πόσες κάρτες κέρδισε από τον Γιώργο; Να εκφράσεις με εξίσωση το πρόβλημα και να το λύσεις.

Λύση

1. Άγνωστη τιμή είναι ο αριθμός των καρτών που κέρδισε ο Λευτέρης. Την ονομάζω κ.
2. Η εξίσωση είναι 16 + κ = 27. Για να λύσω την εξίσωση αφαιρώ από το άθροισμα τον άλλο προσθετέο:
3. κ = ... – .... Άρα κ = ...

Απάντηση: Ο Λευτέρης κέρδισε .... κάρτες από τον Γιώργο.

Στα παλιά βιβλία, το ίδιο θέμα διαπραγματευόταν με τους παραδοσιακούς αλγορίθμους: «Για να βρούμε τον άγνωστο προσθετέο, αφαιρούμε από το άθροισμα το γνωστό προσθετέο». Για τη χρήση αλγορίθμων ισχύει το ίδιο που ισχύει και για όλες τις στρατηγικές: Όποιος χρησιμοποιεί έναν παραδοσιακό αλγόριθμο πρέπει να καταλαβαίνει γιατί ισχύει αυτό και να είναι σε θέση να εξηγήσει το γιατί. Τα Μαθηματικά έχουν νόημα, και οι μαθητές και οι μαθήτριες πρέπει να πιστέψουν στην ικανότητά τους να καταλάβουν τα Μαθηματικά.

6. Ασκήσεις και προβλήματα για εμπέδωση

Το Τετράδιο Ασκήσεων περιέχει επιπλέον ασκήσεις και προβλήματα για εμπέδωση της νέας γνώσης. Υπάρχουν δραστηριότητες που απαιτούν νοερούς υπολογισμούς (όπως οι ασκήσεις 1 και 2) και προβλήματα που προσφέρονται για ατομική και ομαδική εργασία των μαθητών. Παρατίθενται ενδεικτικά κάποιες ασκήσεις και προβλήματα από το περιεχόμενο του Τετραδίου Ασκήσεων:

Άσκηση 1^{η}: Να λύσεις με το νου την εξίσωση: χ + 2 = 9
Άσκηση 2^{η}: Να λύσεις με το νου την εξίσωση: (3 + 2 + 7) + χ = 19

Πρόβλημα 1^{ο}: Να εκφράσεις με εξίσωση το πρόβλημα και να το λύσεις: Η Όλγα έχει μαζέψει 37,5 από το χαρτζιλίκι της. Πόσα ακόμη χρειάζεται για να αγοράσει μια μικρή φωτογραφική μηχανή που κοστίζει 68 ;.

Πρόβλημα 2^{ο}: Σκέφτομαι έναν αριθμό. Προσθέτω σ΄ αυτόν 12 και βρίσκω άθροισμα 36. Ποιος είναι ο αριθμός;

Στο Τετράδιο Ασκήσεων, σε όποιο κεφάλαιο προσφέρεται, προτείνεται διαθεματική δραστηριότητα όπου γίνεται εφαρμογή της νέας γνώσης σε θέματα, ζητήματα και προβλήματα που αντλούνται από διαφορετικούς τομείς των επιστημών.

Οι διαθεματικές δραστηριότητες μπορούν να γίνουν η αφορμή για διερεύνηση και περαιτέρω επέκταση της γνώσης (μέθοδος project). Αν το κεφάλαιο δεν ενδείκνυται για ανάπτυξη διαθεματικής δραστηριότητας, τότε προτείνεται κάποια «δραστηριότητα με προεκτάσεις», όπου η νέα γνώση εφαρμόζεται στο πλαίσιο της μελέτης αυθεντικών καταστάσεων.

7. Εκπαιδευτικό Λογισμικό

Το διδακτικό πακέτο των Μαθηματικών ΣΤ΄ Δημοτικού περιλαμβάνει και το αντίστοιχο λογισμικό (λογισμικό Ε΄ &ΣΤ΄ Δημοτικού), αξιοποιώντας τις νέες τεχνολογίες στη μαθηματική εκπαίδευση. Για το συγκεκριμένο κεφάλαιο υπάρχουν τα λογισμικά «αριθμητάριο» και «ζυγαριά εξισώσεων». Οι μαθητές, εργαζόμενοι σε μικρές ομάδες, μπορούν να λύνουν απλές εξισώσεις της μορφής: α χ + β = γ, φτάνοντας με βιωματικό τρόπο στην επίλυση μιας εξίσωσης.

Στο «αριθμητάριο» οι μαθητές παροτρύνονται να κάνουν εκτιμήσεις και νοερούς υπολογισμούς, προσπαθώντας να φτάσουν στη λύση μιας εξίσωσης με τη διαδικασία της δοκιμής – λάθους. Μπορούν να πληκτρολογούν φυσικούς αριθμούς, κλάσματα, και δεκαδικούς αριθμούς. Στο τέλος επιλέγουν «Έλεγχος» για να διαπιστώσουν την ορθότητα της εκτίμησής που έκαναν για τον άγνωστο της εξίσωσης.

Στη «ζυγαριά εξισώσεων» οι μαθητές καλούνται να προσδιορίσουν τη μάζα ενός αντικειμένου που ισορροπεί τη ζυγαριά, όταν στο ένα τάσι μείνει μόνο το αντικείμενο χ. Το λογισμικό αυτό προβλέπει και την αλγεβρική έκφραση της σχέσης που περιγράφει το πρόβλημα, στα αντίστοιχα πλαίσια κάτω από τα δύο τάσια, κι έτσι εμπλέκει τους μαθητές σε μια διαδικασία έκφρασης του προβλήματος με τη μορφή εξίσωσης και λύση αυτής συμβολικά.

8. Αξιολόγηση

Οι διδακτικοί στόχοι πρέπει να γνωστοποιούνται στους μαθητές ώστε να προσανατολίζουν κι αυτοί τις προσπάθειές τους στην επίτευξη των στόχων. Ανάλογα με το στάδιο της μαθησιακής διαδικασίας κατά το οποίο εφαρμόζεται, η αξιολόγηση διακρίνεται σε διαγνωστική, διαμορφωτική και τελική

Διαγνωστική αξιολόγηση εφαρμόζεται κυρίως στην αρχή της μαθησιακής διαδικασίας, με τις εισαγωγικές δραστηριότητες κάθε μαθήματος, και έχει στόχο να αξιολογήσει την προϋπάρχουσα γνώση των μαθητών και να διαγνώσει έγκαιρα τυχόν λανθασμένες αντιλήψεις τους που θα παρεμπόδιζαν τη μάθηση.

Στη διάρκεια της διδασκαλίας, η αξιολόγηση είναι κυρίως διαμορφωτική, με την έννοια ότι έχει πληροφοριακό χαρακτήρα, και αποσκοπεί στη διαπίστωση για την καταλληλότητα ή όχι της ακολουθούμενης διδακτικής μεθόδου. Αυτό μπορεί να επιτευχθεί με κατάλληλες ερωτήσεις ή δραστηριότητες, με δημιουργικές-διερευνητικές εργασίες (projects) και μέσα από το διάλογο των συμμετεχόντων στη μαθησιακή διαδικασία. Οι ερωτήσεις και οι δραστηριότητες των διδακτικών βιβλίων είναι διαβαθμισμένης δυσκολίας με το σκοπό να ελέγχουν διαφορετικά είδη και επίπεδα κατανόησης. Οι ερωτήσεις μπορεί να αναφέρονται στο περιεχόμενο (δηλωτική γνώση) ή στη διαδικασία μάθησης (διαδικαστική γνώση).

Πληροφορίες για το βαθμό κατανόησης εκ μέρους των μαθητών της νέας γνώσης δίνονται κατά τη διάρκεια των ομαδικών εργασιών, καθώς οι μαθητές αναγκάζονται να αιτιολογούν τις λύσεις που δίνουν και να αξιολογούν την εγκυρότητα των απαντήσεων, των δικών τους (αυτοαξιολόγηση) αλλά και των άλλων (ετεροαξιολόγηση). Με άλλα λόγια, η εργασία σε ομάδες είναι το κατάλληλο πλαίσιο για να αναπτύξει τις μεταγνωστικές του ικανότητες και να αναλάβει τον έλεγχο και τη διαχείριση της μάθησής του.

Στα πλαίσια της διαμορφωτικής αξιολόγησης είναι και οι «Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση», που συνήθως είναι ερωτήσεις της μορφής «Σωστό – Λάθος». Σκοπός αυτών των ερωτήσεων είναι η ανάδειξη των ιδιαίτερων χαρακτηριστικών της μαθηματικής γνώσης που αποκτήθηκε, των δυσκολιών που πιθανόν περικλείει, και των ορίων εφαρμογής και χρήσης της. Συγχρόνως βοηθούν το μαθητή να κάνει την αυτοαξιολόγησή του, .

Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση

Στο κεφάλαιο αυτό συναντήσαμε τους όρους εξίσωση και άγνωστος προσθετέος και μάθαμε να λύνουμε εξισώσεις πρόσθεσης. Παρουσίασε ένα δικό σου παράδειγμα.

Σημειώστε αν είναι σωστές ή λάθος και συζητήστε τις παρακάτω εκφράσεις:	Σωστό	Λάθος
• *Λύση μιας εξίσωσης είναι η τιμή του άγνωστου που επαληθεύει την εξίσωση.*	☐	☐
• *Η λύση της εξίσωσης 15 + α = 15 είναι το 1.*	☐	☐
• *Σε μια εξίσωση πρόσθεσης, κάνεις αφαίρεση για να τη λύσεις.*	☐	☐

Τέλος, πιο συστηματική αξιολόγηση μπορεί να επιτευχθεί με τα επαναληπτικά μαθήματα, τα portfolio και τα κριτήρια αξιολόγησης. Τα επαναληπτικά κεφάλαια, δίνουν στο δάσκαλο τη δυνατότητα για ανάλυση λαθών και επανορθωτική διδασκαλία. Σ’ αυτή τη φάση συγκρίνεται το επίπεδο του κάθε μαθητή σε σχέση με το επίπεδο που διέθετε πριν τη διδασκαλία της ενότητας καθώς και το επίπεδο της τάξης σε σχέση με το προσδοκώμενο επίπεδο. Σε κάθε περίπτωση, εκείνο που ενδιαφέρει περισσότερο είναι η αξιολόγηση του μαθητή με βάση τα κριτήρια-στόχους της κάθε διδακτικής ενότητας και όχι η αξιολόγησή του σε σχέση με τους άλλους μαθητές.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών και Αναλυτικά Προγράμματα Σπουδών Υποχρεωτικής Εκπαίδευσης (Δ.Ε.Π.Π.Σ.), Τόμος Α΄ (2003). Αθήνα: ΥΠΕΠΘ & Παιδαγωγικό Ινστιτούτο.

Κωνσταντίνου, Χ. (2002). Η αξιολόγηση της επίδοσης του μαθητή σύμφωνα με το Διαθεματικό Ενιαίο Πλαίσιο Προγραμμάτων Σπουδών. *Επιθεώρηση Εκπαιδευτικών Θεμάτων*, 7, 37-51.

Σκούρας, Α. (2002). Δραστηριότητες και διδακτική πράξη: από την ανάπτυξη της εμπειρίας στη μαθηματικοποίησής της. *Μέντορας*, 6, 105-120.

Τύπας, Γ. (2005). Τα νέα διδακτικά εγχειρίδια των Μαθηματικών της Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης: το πλαίσιο δημιουργίας και τα ειδικά χαρακτηριστικά τους. *Πρακτικά Συνεδρίου του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου σε συνεργασία με το Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης*. Θεσσαλονίκη, 17-19 Φεβρουαρίου 2005.

Van de Walle, J. (2005). *Μαθηματικά για το Δημοτικό και το Γυμνάσιο: Μια Εξελικτική διδασκαλία* (από μετάφραση). Αθήνα: Τυπωθήτω – Γ. Δαρδάνος.

ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ
ΣΤΟ ΝΕΟ ΒΙΒΛΙΟ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΤΗΣ ΣΤ΄ ΤΑΞΗΣ
Κωνσταντίνος Βρυώνης, Κριτής – Αξιολογητής, Εκπαιδευτικός

Κεφάλαιο 40ο *Συγκρίνω (πο) σωστά %*

Εκτιμώ το ποσοστό

Ενδεικτικός χρόνος διδασκαλίας: 2 διδακτικές ώρες

Οι συγγραφείς του βιβλίου δεν προτείνουν σε πόσες διδακτικές ώρες μπορεί να ολοκληρωθεί το κεφάλαιο, επειδή θεωρούν ότι αυτό εξαρτάται από πολλούς παράγοντες και μπορεί να διαφοροποιηθεί από τάξη σε τάξη. Μια εκτίμηση για το σύνολο του βιβλίου θα μπορούσε να είναι η εξής: Προβλεπόμενος χρόνος 140ώρες. Απώλειες ωρών 20ώρες (διδακτικές επισκέψεις κλπ.) Αν διδαχθούν 20 κεφ. Δίωρα έχουμε: 51κεφ.•1ώρα=51ώρες, 20κεφ.•2ώρα=40ώρες, 5κριτήρια•1ώρα=5ώρες, 5ανακεφαλαιωτικά•2ώρα=10ώρες. Σύνολο ωρών: 106, υπόλοιπο ωρών για διαθεματικές προσεγγίσεις 14ώρες (11,67%του συνόλου).

Ι. ΒΙΒΛΙΟ ΔΑΣΚΑΛΟΥ

1. Οι επιμέρους στόχοι του κεφαλαίου αυτού για το μαθητή είναι:

- Να κατανοήσει ότι ποσοστό ενός ποσού είναι ένα μέρος του ποσού αυτού.
- Να μετατρέπει τα κλάσματα σε ισοδύναμα με παρονομαστή το 100.
- Να αντιλαμβάνεται το σύνολο ως το 100% και να εκτιμά το ποσοστό.

2. Προαπαιτούμενες γνώσεις και δεξιότητες

- Να χρησιμοποιεί το κλάσμα ως μέρος του συνόλου και ως τρόπο έκφρασης της σχέσης δύο ποσών.
- Να μετατρέπει ετερώνυμα κλάσματα σε ομώνυμα και να τα συγκρίνει.
- Να κατανοήσει ότι σε ένα κλάσμα ο αριθμητής εκφράζει το ποσοστό του παρονομαστή.

ΙΙ. ΒΙΒΛΙΟ ΤΟΥ ΜΑΘΗΤΗ

Α΄ΜΕΡΟΣ

Ξεκινώντας το νέο μάθημα οι μαθητές ανοίγουν τα βιβλία τους και:

1. Ρίχνουν μια σύντομη ματιά στους στόχους.

Με τον τρόπο αυτό έρχονται σε μια πρώτη επαφή με το τι θα κάνουμε και αποσαφηνίζονται τυχόν «γλωσσικές» δυσκολίες.

2. Προχωρούν στην αντιμετώπιση των δραστηριοτήτων

- Οι δραστηριότητες διαπραγματεύονται από τους ίδιους τους μαθητές αξιοποιώντας **ομαδοσυνεργατικές μεθόδους διδασκαλίας**. Σε κάθε δραστηριότητα το πρόσωπο του ρήματος φανερώνει αν προτείνεται να γίνει σε ομάδες ή ατομικά (πχ. Εξηγήστε, σχημάτισε). Ο δάσκαλος βέβαια έχει τη δυνατότητα να ορίσει κάτι διαφορετικό. Οι ομαδικές εργασίες αμβλύνουν το παθογόνο άγχος των μαθητών συμβάλλοντας έτσι στην ψυχολογική τους ισορροπία και κατ' επέκταση στην αποτελεσματικότερη μάθηση. Παράλληλα η αλληλεπίδραση μεταξύ των μαθητών τους δίνει την ευκαιρία να αποστασιοποιηθούν από το δικό τους τρόπο σκέψης τη δική τους γνωστική στρατηγική, να επισημαίνουν διαφορές και ομοιότητες, να αξιολογούν, να επιχειρηματολογούν, να ελέγχουν, να κρίνουν αντικειμενικά και να συμπεραίνουν.

- **Ο δάσκαλος** περιφέρεται στην τάξη, **συμβουλεύει**, απαντά στις απορίες τους και τους **εμψυχώνει** σε κάθε στάδιο της πορείας τους προς τη γνώση. Εδώ πρέπει να επισημάνουμε ότι αν δούμε ότι οι μαθητές μας έχουν φτάσει στα όρια τους και δυσκολεύονται να προχωρήσουν παρακάτω θα τους βοηθήσουμε όσο χρειαστεί.
- Με τον τρόπο αυτό **ο μαθητής** δεν αντιμετωπίζεται ως αποδέκτης μαθηματικών πληροφοριών, αλλά **κατασκευάζει δυναμικά τη νέα γνώση**. Διαμορφώνει τη δική του προσέγγιση στη μαθηματική γνώση στο μέτρο του εφικτού, με την υποστήριξη πάντα του δασκάλου, μέσα από την προσωπική δραστηριοποίηση και την οργάνωση των εμπειριών του. Ακολουθείται, δηλαδή, ένα **εποικοδομητικό μοντέλο** διδασκαλίας. Μέσα από δραστηριότητες και προβληματικές καταστάσεις ανοιχτές ή κλειστές παρμένες από τη ζωή και τα ενδιαφέροντα των μαθητών, το παιδί με τη συνεργασία των μελών της ομάδας του και την φθίνουσα καθοδήγηση του δασκάλου αναπτύσσει **γνωστικές συγκρούσεις**, **αναδομεί** τις ιδέες του και **οικοδομεί** τις βασικές μαθηματικές γνώσεις. (Ε.Π.Π.Σ. Μαθηματικών 1997)
- Η ολοκλήρωση της γνώσης δεν είναι δυνατή αν δε συμβάλλει και η πρότερη γνώση. Οι **προαπαιτούμενες γνώσεις** δεν χρειάζεται να ελεγχθούν εκ των προτέρων, γιατί αναδεικνύονται κατά τη διαπραγμάτευση των δραστηριοτήτων από τους μαθητές και οδηγούν στις γνωστικές συγκρούσεις. Οι νέες έννοιες και τα νοητικά αντικείμενα, είτε εντάσσονται αρμονικά στην ήδη υπάρχουσα γνώση (διαδικασία αφομοίωσης) είτε προκαλούν αναπροσαρμογή των παλαιών σχημάτων σε μικρότερο ή μεγαλύτερο βαθμό (διαδικασία προσαρμογής). Να υπογραμμίσουμε ότι με την απλή διόρθωση των λαθών από το δάσκαλο, οι μαθητές απλά συμβιβάζονται στο πλαίσιο ενός διδακτικού συμβολαίου. Για να αποδεχθούν την αναγκαιότητα αντικατάστασης ή συμπλήρωσης της ήδη υπάρχουσας γνώσης τους πρέπει να εμπλακούν αυτοί οι ίδιοι σε γνωστικές συγκρούσεις.

Δραστηριότητα 1η

- *«Η Ε΄και η ΣΤ΄τάξη του Δημοτικού Σχολείου Θυμιανών συμμετείχαν στη δεντροφύτευση που οργάνωσε ο δήμος Χίου με σκοπό να αναδασώσει τις καμένες εκτάσεις στο νησί. Τα παιδιά της Ε΄τάξης φύτεψαν 25 δεντράκια, από τα οποία φύτρωσαν τα 20. Τα παιδιά της ΣΤ΄τάξης φύτεψαν 50 δέντρα, από τα οποία φύτρωσαν τα 30. ποια τάξη είχε το μεγαλύτερο ποσοστό επιτυχίας στη δεντροφύτευση;*
  - *Για να απαντήσουμε στην ερώτηση τι πρέπει να λάβουμε υπόψη;*
  - *Μπορούμε να υποστηρίξουμε ότι μεγαλύτερο ποσοστό επιτυχίας είχε η τάξη της οποίας φύτρωσαν περισσότερα δέντρα; Εξηγήστε γιατί.»*
- Παρουσιάζεται μια προβληματική κατάσταση. Πρέπει να κάνουμε τη διάκριση: το **πρόβλημα** προσδιορίζεται από σαφώς οριοθετημένα γνωστά και άγνωστα στοιχεία, ενώ η **προβληματική κατάσταση** είναι αυτή που οδηγεί σε σύγχυση, αβεβαιότητα και σύγκρουση (Ματσαγγούρας, σελ.455, Στρατηγικές διδασκαλίας). Επίσης το πρόβλημα μπορεί να είναι κατασκευασμένο, ενώ η προβληματική κατάσταση είναι **βιωματική** και προέρχεται από την **καθημερινότητα της ζωής των παιδιών.**
- Η επίλυση προϋποθέτει τη σύγκριση δύο λόγων που είναι ετερώνυμα κλάσματα. Οι μαθητές (σε ομάδες) με τη βοήθεια του δασκάλου παρατηρούν ότι, για να κάνουν τη σύγκριση, πρέπει να λάβουν υπόψη τους όχι μόνο τον αριθμό των δέντρων που φύτρωσαν αλλά και τον αριθμό των δέντρων που φύτεψαν.
- Η σωστή αντιμετώπιση της δραστηριότητα οδηγεί στην ικανοποίηση του πρώτου στόχου της διδασκαλίας που είναι να κατανοήσει ο μαθητής την **έννοια του ποσοστού**, ότι δηλαδή: «ποσοστό ενός ποσού είναι ένα μέρος του ποσού αυτού».

Η κατανόηση της **έννοιας** του ποσοστού δεν είναι τόσο εύκολη για τα παιδιά. Ο εκπαιδευτικός έχει πάντα τη δυνατότητα να χρησιμοποιήσει για την ικανοποίηση του στόχου άλλες δραστηριότητες που αυτός κρίνει ότι ανταποκρίνονται καλύτερα στην τάξη του και είναι πιο κοντά στα βιώματα των παιδιών. Ίσως για παράδειγμα, σε κάποιες τάξεις, η $2^{η}$ δραστηριότητα (με τα υποερωτήματα της $1^{ης}$) να έχει καλύτερα αποτελέσματα.

- Αξίζει να σημειωθεί ότι η **εννοιοκεντρική** προσέγγιση είναι ζητούμενο στις νέες μορφές διδασκαλίας για τα μαθηματικά. Η μάθηση μιας **μαθηματικής έννοιας** ή δεξιότητας είναι μια διαδικασία μακρόχρονη και κινείται σε διαδοχικά επίπεδα αφαίρεσης. Σύμφωνα με τη διαδικασία αυτή, η μάθηση είναι δυνατή επειδή είμαστε ικανοί να ανακαλύπτουμε κοινές ιδιότητες σε διαφορετικού είδους εμπειρίες, τις οποίες «αποθηκεύουμε» στη μνήμη για μελλοντική χρήση. Η νοητική αναπαράσταση μιας κοινής ιδιότητας είναι αυτό που ονομάζουμε **<u>έννοια</u>**. (Ε.Π.Π.Σ. Μαθηματικών 1997)
- Συχνές λανθασμένες προσεγγίσεις των μαθητών:
  α. το 30 είναι μεγαλύτερο του 20, άρα η ΣΤ΄ είχε καλύτερα αποτελέσματα. Οι λογικές των μαθητών εδώ, αν δεν έχουν κατακτήσει τις προαπαιτούμενες γνώσεις, τους οδηγεί στο να συγκρίνουν χρησιμοποιώντας στρατηγικές χαμηλής πολυπλοκότητας, που στηρίζονται στη «προσθετική λογική», ενώ απαιτούνται στρατηγικές υψηλής πολυπλοκότητας που βασίζονται στην «πολλαπλασιαστική λογική» (αναφορά στο βιβλίο του εκπαιδευτικού στους Lamon,1993; Noetihg,1980; Singh,2000).
  β. η Ε΄ έχει απώλεια 5 δεντράκια, ενώ η ΣΤ΄ 20, άρα η Ε΄ τα κατάφερε καλύτερα.
  Οι μαθητές οδηγούνται λανθασμένα στο σωστό αποτέλεσμα, αλλά εύκολα διαπιστώνουμε ότι η μεταβολή των αριθμών μεταβάλλει και το λόγο, ακόμα και με σταθερή διαφορά όρων.
  γ. Μπορούν να δοθούν μέχρι και συναισθηματικές απαντήσεις π.χ. η ΣΤ΄ τα κατάφερε καλύτερα, γιατί ΣΤ΄ είμαστε και εμείς και είμαστε καλύτεροι!
- Τα υποερωτήματα και στη συνέχεια ο εκπαιδευτικός της τάξης μπορούν να οδηγήσουν τους μαθητές στη σωστή διαδικασία σύγκρισης.

Δραστηριότητα $2^{η}$

- *«Στον αγώνα μπάσκετ της ΣΤ΄ τάξης μεταξύ του $21^{ου}$ και του $109^{ου}$ Δημοτικού Σχολείου Θεσσαλονίκης, το τελικό σκορ ήταν 57-61. Οι δύο καλύτεροι παίκτες των δύο ομάδων ήταν ο Αχιλλέας Ι. και ο Σωτήρης Κ. Ο Αχιλλέας πέτυχε 17 καλάθια στις 25 προσπάθειες, ενώ ο Σωτήρης πέτυχε 16 καλάθια στις 20. Ποιος είχε το μεγαλύτερο ποσοστό επιτυχίας;*
  - *Μπορείς εύκολα συγκρίνοντας τις επιτυχημένες βολές των δυο παικτών να αποφασίσεις ποιος ήταν ο καλύτερος παίκτης;*
  - *Σχημάτισε τους λόγους επιτυχιών προς προσπάθειες για κάθε παίκτη.*
  - *Γιατί δεν μπορούμε να συγκρίνουμε τους παραπάνω λόγους εύκολα;*
  - *Προσπάθησε να κάνεις τους λόγους ομώνυμα κλάσματα:*
  - *Είναι εύκολο να συμπεράνεις τώρα ποιος είχε το μεγαλύτερο ποσοστό επιτυχίας;»*
- Ομοίως στη δραστηριότητα αυτή τα παιδιά (ατομικά) συγκρίνοντας τις επιτυχημένες βολές των δύο παικτών δεν μπορούν να αποφασίσουν ποιος ήταν καλύτερος παίκτης εκτός αν λάβουν υπόψη τους και τις προσπάθειες που έκανε κάθε παίκτης. Αυτό γίνεται συγκρίνοντας τους λόγους «καλάθια προς προσπάθειες» κάθε παίκτη.
- Η $2^{η}$ δραστηριότητα ξεκινά πάλι με τον πρώτο στόχο και στη συνέχεια οδηγεί στην ικανοποίηση του δεύτερου στόχου της διδασκαλίας που είναι «να μπορεί ο

μαθητής να μετατρέπει τα κλάσματα σε ισοδύναμα με παρονομαστή το 100». Δεν ανησυχεί η περίπτωση των μαθητών που έχουν κάνει τη μετατροπή χρησιμοποιώντας παρονομαστές διάφορους του 100 εκτός και διαπιστωθεί η δυσκολία του μαθητή να μετατρέπει σε ισοδύναμα με συγκεκριμένο παρονομαστή.

- Εδώ πρέπει να τονιστεί ότι η δραστηριότητα είναι **ανοιχτή** και επιδέχεται ποικίλες **στρατηγικές επίλυσης**. Το ανοικτό πρόβλημα έχει κι αυτό τη θέση του στο πρόγραμμα σπουδών, γιατί η διαδικασία επίλυσής και οι πολλαπλές στρατηγικές προάγουν και γονιμοποιούν τη σκέψη του μαθητή.
- Οι μαθητές μπορεί να συγκρίνουν μετατρέποντας σε ισοδύναμα συγκρίσιμα κλάσματα με πολλούς τρόπους:

α. με ίδιους αριθμητές (πολλαπλασιάζοντας τους αριθμητές: 17 • 16)
β. με ίδιους παρονομαστές (πολλαπλασιάζοντας τους παρονομαστές: 20 • 25)
γ. με ίδιους παρονομαστές (βρίσκοντας το ΕΚΠ: 100)
δ. με ίδιους παρονομαστές (αλλά διάφορους του 500 ή του 100, π.χ. 200)

- Τα υποερωτήματα μπορούν να οδηγήσουν τους μαθητές στη συνήθη διαδικασία σύγκρισης, που είναι η μετατροπή σε ομώνυμα κλάσματα. Παρά ταύτα είναι αυτονόητο ότι όλες οι απαντήσεις των μαθητών που πετυχαίνουν τη σύγκριση είναι σωστές.

3. Τα συμπεράσματα των μαθητών παρουσιάζονται και συζητούνται στην τάξη.

Β΄ΜΕΡΟΣ

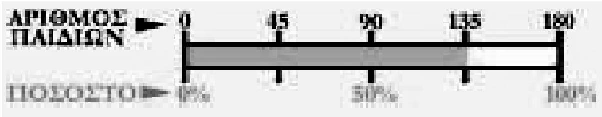
4. Με την ολοκλήρωση των δραστηριοτήτων ο δάσκαλος επισημαίνει τη νέα μαθηματική γνώση.

- Η διδασκαλία τώρα μετατρέπεται σε μετωπική. Ο δάσκαλος «ενοποιώντας» τις απόψεις και τα συμπεράσματα των μαθητών, «**ανακεφαλαιώνει**» και «**επισημοποιεί**» τις γνώσεις που αποκτήθηκαν.
- Η συστηματοποιημένη μαθηματική γνώση στο βιβλίο είναι σαφώς διακριτή σε ειδική έγχρωμη στήλη και συνοδεύεται από αντίστοιχα παραδείγματα.
- Μέσα από τις προηγούμενες δραστηριότητες τα παιδιά οδηγούνται στη διαπίστωση ότι:
  - το ποσοστό είναι ένας αριθμός που εκφράζει ένα μέρος από ένα σύνολο.
  - Για να γίνεται εύκολη η σύγκριση ανάμεσα σε διάφορα ποσά χρησιμοποιούμε ισοδύναμα κλάσματα με παρονομαστή το 100. Είναι δηλαδή μια σύμβαση που κάνουμε, (όπως ακριβώς για το μήκος χρησιμοποιούμε το μέτρο, για το βάρος το χιλιόγραμμο κ.λ.π.)
- Γίνεται απλή αναφορά στο **ποσοστό στα χίλια**.
- Με την ολοκληρωμένη παρουσίαση της νέας γνώσης γίνεται περισσότερο αντιληπτός και ο τρίτος στόχος (που στις δραστηριότητες είναι καλυμμένος), δηλαδή, «να αντιλαμβάνεται ο μαθητής το σύνολο ως το 100% και να εκτιμά το ποσοστό». Στο στόχο αυτό θα επανέλθουμε στη συνέχεια με τις εφαρμογές.

Γ΄ΜΕΡΟΣ

5. Η ολοκλήρωση προϋποθέτει τη μελέτη δύο υποδειγματικά λυμένων προβλημάτων εφαρμογής της νέας γνώσης.

- Οι εφαρμογές έχουν σκοπό την κατανόηση της μεθοδολογίας που ακολουθείται στη λύση προβλημάτων της καθημερινής ζωής σχετικών με τη νέα γνώση.
- **Εφαρμογή 1η**



- *«Μετά την επίσκεψη του σχολείου στον κινηματογράφο τα παιδιά έκαναν μια μικρή έρευνα για το αν άρεσε η ταινία. Από τα 180 παιδιά τα 135 απάντησαν ότι τους άρεσε. Πόσο ήταν το ποσοστό στα 100(%) των παιδιών στα οποία άρεσε η ταινία;»*
- Οι μαθητές επανέρχονται στον τρίτο στόχο και εμπεδώνουν ότι: «το όλο αποτελεί το 100% του ποσού» με τη βοήθεια μιας διπλής αριθμογραμμής που χρησιμοποιούν ως **μοντέλο**. Τα «μοντέλα» είναι μια σύγχρονη προσέγγιση στα Μαθηματικά υψηλής πολυπλοκότητας. Ως μοντέλο μπορούν να χρησιμοποιηθούν σκίτσα, σχέδια διαγράμματα, ακόμη και σύμβολα (αναφορά στο βιβλίο εκπαιδευτικού στους Gravemeijer1997, Van Heuvel – Panhuizeh2001)
- Στη συνέχεια **εκτιμούν** το ποσοστό και χρησιμοποιούν μια **προσεγγιστική** μέθοδο για να το βρουν με **νοερούς** υπολογισμούς. Οι **νοεροί υπολογισμοί** συμβάλλουν στη βελτίωση λειτουργίας της βραχυπρόθεσμης μνήμης, στη μετάβαση από το συγκεκριμένο στο αφηρημένο (αφαιρετική ικανότητα) και κατ' επέκταση στην εσωτερίκευση βασικών εννοιών και ανάπτυξη ικανότητας γενικεύσεων.

Εφαρμογή 2η

- Οι μαθητές ασκούνται σε μεθόδους υπολογισμού του ποσοστού **νοερά**.

7. Στη συνέχεια αφού οι μαθητές ολοκληρώσουν το μάθημα αντιμετωπίζουν τις «ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση».

- Οι ερωτήσεις αυτές αποτελούν μια σύντομη περίληψη των εννοιών του κεφαλαίου με τη μορφή εκφράσεων του τύπου «Σωστό – Λάθος».
- Η επιτυχής αντιμετώπιση των ερωτήσεων αυτών από το μαθητή του δίνει τη δυνατότητα να ανακεφαλαιώσει τη νέα μαθηματική γνώση και παράλληλα αποτελεί μέρος της **«Διαμορφωτικής Αξιολόγησης»,** έχει κυρίως πληροφοριακό χαρακτήρα και βοηθά τόσο το δάσκαλο όσο και τον ίδιο το μαθητή να ελέγξει κατά πόσο έχουν κατακτηθεί οι στόχοι στο συγκεκριμένο μάθημα.
- Γενικά η **αξιολόγηση** των μαθητών γίνεται σε δύο επίπεδα. Σε καθημερινή βάση γίνεται η «**Διαμορφωτική Αξιολόγηση**» η οποία εφαρμόζεται κατά τη διάρκεια της διδασκαλίας, μέσα από τις «Ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση». Σ' ένα δεύτερο επίπεδο, στο τέλος κάθε ενότητας, μέσα από τα «κριτήρια αξιολόγησης» γίνεται η «**Τελική Αξιολόγηση**», η οποία είναι περισσότερο **ανακεφαλαιωτική** και **ανατροφοδοτική** διαδικασία, που αποσκοπεί στο να εκτιμηθεί ο βαθμός επίτευξης των διδακτικών και παιδαγωγικών στόχων, σε σχέση με τους προκαθορισμένους στόχους της ενότητας. Τα συμπεράσματα και από τα δύο επίπεδα αξιολόγησης θα είναι χρήσιμα τόσο για την αξιολόγηση των μαθητών όσο και για την αξιολόγηση της διδασκαλίας αλλά και του σχολικού βιβλίου γενικότερα.
- Παράλληλα η **άτυπη αξιολόγηση** βρίσκεται σε εξέλιξη σε καθημερινή βάση. Οι μαθητές μέσω των ερωτήσεων που θέτουν ή των απαντήσεων που δίνουν, παρέχουν πολλές πληροφορίες στο δάσκαλο σχετικά με το βαθμό κατανόησης της μαθηματικής έννοιας του μαθήματος και την απόκτηση των δεξιοτήτων που απαιτούνται.

8. Τέλος ξαναρίχνουν μια σύντομη ματιά στους στόχους που αναγράφονται στην αρχή του μαθήματος

III. ΤΕΤΡΑΔΙΟ ΕΡΓΑΣΙΩΝ

Περιέχονται ασκήσεις και προβλήματα:

- ***κατανόησης εννοιών*** (π.χ. Τι σημαίνει το 90% των παιδιών έλυσε το πρόβλημα)
- ***νοερών υπολογισμών***(π.χ. Όλα τα παιδιά είναι 10, πόσα είναι το 90%;)
- ***ανοιχτών προβλημάτων*** (π.χ. Να χρωματίσουν οι μαθητές το 20% μιας επιφάνειας από 100 τετραγωνάκια με όποιο τρόπο επιθυμούν.). Εδώ ίσως χρειαστεί να επιμείνουμε λίγο, γιατί είναι πολύ σημαντικό να κατανοήσουν τα παιδιά ότι δεν χρειάζεται τα τετραγωνάκια να είναι στη σειρά, αλλά όπου θέλουν αρκεί να είναι 20 από τα 10.
- ***εκτίμησης και προσεγγιστικών μεθόδων επίλυσης*** (π.χ. Να υπολογίσουμε το ποσοστό των 135 παιδιών, όταν όλα τα παιδιά είναι 180).
- ***Προβληματικές καταστάσεις από την καθημερινή ζωή των μαθητών*** (π.χ. Ο χυμός «ΦΥΣΙΚΟ ΦΡΟΥΤΟΠΟΤΟ» γράφει στη συσκευασία ότι περιέχει 5%χυμό φρούτου. Νομίζεις ότι είναι κατάλληλο το όνομά του; Γιατί;). Με τον τρόπο αυτό τα μαθηματικά γίνονται οικεία στα παιδιά, γιατί κατανοούν ότι η μαθηματική γνώση που έμαθαν τους δίνει λύσεις σε προβληματικές καταστάσεις της καθημερινότητάς τους.
- ***δραστηριότητες με προεκτάσεις*** (π.χ. Σε μια λοταρία η Αντιγόνη πήρε 4 από τους 200 λαχνούς και σε μια άλλη λοταρία η Ιφιγένεια 6 από τους 250. Ποιο από τα δύο κορίτσια έχει περισσότερες πιθανότητες να κερδίσει;). Γίνεται έτσι η διασύνδεση της μαθηματικής γνώσης με την εφαρμογή της σε άλλες επιστήμες. Παρατηρούμε για παράδειγμα ότι η πιθανότητα επιτυχίας σύμφωνα με τη θεωρία των πιθανοτήτων όχι μόνο δεν εξασφαλίζεται με τους παραπάνω λαχνούς, αλλά πολύ λίγο μεταβάλλεται
- ***Θέματα για διερεύνηση και συζήτηση*****:** Οι δραστηριότητες με προεκτάσεις και τα θέματα για διερεύνηση, αλλά και ό,τι άλλο θελήσει ο εκπαιδευτικός μπορούν να αποτελέσουν αφορμή για διαθεματικές προσεγγίσεις.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1.**Γούπος Θεόδωρος**, Η διδακτική των Μαθηματικών στο σύγχρονο σχολείο, στο θεματικές ενότητες εισαγωγικής επιμόρφωσης στο 2^{ο} ΠΕΚ Αθήνας, Ατραπός 2005, σελ.97-102.

2.**Διδακτική Μαθηματικών**, http://www.telemath.gr/mathematical

3.**Δουγαλής Βασίλης**, Μερικές σκέψεις για τη διδασκαλία των Μαθηματικών,ομιλία κατά την απονομή του "Βραβείου Εξαίρετης Πανεπιστημιακής Διδασκαλίας - Βασίλη Ξανθόπουλου, Στ. Πνευματικού", 2000,http://www.math.uoa.gr/web/greek/omiliadou

4.**Καραντζής Γιάννης**, Οι παιδαγωγικοδιδακτικές αρχές του ΔΕΠΠΣ/ΑΠΣ με έμφαση στα Μαθηματικά, εισήγηση σε ημερίδα του Π.Ι. 6/4/2002.

5.**Κολέζα Ευγενία**, "Γνωσιολογική και Διδακτική Προσέγγιση των Στοιχειωδών Μαθηματικών Εννοιών", LeaderBooks 2000

6.**Κόσυβας Γεώργιος**. Η πρακτική του ανοικτού προβλήματος στο Δημοτικό Σχολείο. Αθήνα: Gutenberg.

7.**Λεμονίδης Χ.**, Μια νέα πρόταση διδασκαλίας των Μαθηματικών στις πρώτες τάξεις του Δημοτικού Σχολείου, Εκδ. Πατάκη, Αθήνα 2003.

8.**Μαθηματικά Ε΄** Δημοτικού, Βιβλίο Δασκάλου, ΟΕΔΒ 2006

9.**Μαθηματικά ΣΤ΄** Δημοτικού, Βιβλίο Εκπαιδευτικού, ΟΕΔΒ 2006

10.**Μαθηματικά ΣΤ΄** Δημοτικού, Βιβλίο Μαθητή, ΟΕΔΒ 2006

11.**Μαθηματικά ΣΤ΄** Δημοτικού, Τετράδιο Εργασιών, ΟΕΔΒ 2006

12.**Ματσαγγούρας Ηλίας**, Θεωρία και πράξη της Διδασκαλίας, Στρατηγικές Διδασκαλίας,1994

13.**Μπούφη Άντα** (1995). Μια προσπάθεια αλλαγής του παραδοσιακού τρόπου διδασκαλίας των μαθηματικών στο δημοτικό σχολείο. Μαθηματική Επιθεώρηση. τ. 43, σ. σ. 49-65
14.**Μπούφη Άντα** (1996). Ο ρόλος των εποπτικών μέσων και άλλων συμβολικών αναπαραστάσεων στη διδασκαλία και μάθηση των μαθηματικών του δημοτικού σχολείου. Εκπαιδευτικά. τ.41-42, σ. σ. 187-201.
15.**Π.Δ. ΦΕΚ** Τεύχος Β΄αρ. Φύλλου 303/13-03-03
16.**Π.Δ. ΦΕΚ** Τεύχος Β΄αρ. Φύλλου 304/13-03-03
17.**Τα μαθηματικά μου ΣΤ΄** Δημοτικού, Β΄Τεύχος, ΟΕΔΒ 2002
18.**Τύπας Γεώργιος**, Διδακτικό πακέτο Μαθηματικών, ΥΠΕΠΘ/ΠΙ/Επιμόρφωση Σχολικών Συμβούλων και εκπαιδευτικών Πρωτοβάθμιας και Προσχολικής Εκπαίδευσης στο ΔΕΠΠΣ και τα ΑΠΣ, 2005
19.**ΥΠΕΠΘ/ΠΙ, ΔΕΠΠΣ-ΑΠΣ,** υποχρεωτικής Εκπαίδευσης, Τόμος Α΄,Β΄
20.**ΥΠΕΠΘ/ΠΙ,** Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών Μαθηματικών 1997
21.**Χιονίδου Μ.** (1999). Επιμόρφωση των εκπαιδευτικών στο κονστρουκτιβιστικό μοντέλο διδασκαλίας και μάθησης των εκπαιδευτικών Εισήγηση στο σεμινάριο των Σχολικών Συμβούλων Α/θμιας εκπαίδευσης. Αθήνα.

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΣΤ΄ ΤΑΞΗΣ

Ε ν δ ε ι κ τ ι κ ό   Σ χ έ δ ι ο   Μ α θ ή μ α τ ο ς

ΘΕΜΑΤΙΚΗ ΕΝΟΤΗΤΑ 5: ΜΕΤΡΗΣΕΙΣ – ΜΟΤΙΒΑ
Κεφάλαιο 53ο : Γεωμετρικά μοτίβα

Εισηγητές:Πέτρος Κλιάπης, Εκπαιδευτικός – Συγγραφέας του βιβλίου ΣΤ΄
Αγγελοπούλου Δέσποινα, Σχολ. Σύμβουλος 11ης Περ. Π.Ε. Πειραιά

Κριτήρια επιλογής του συγκεκριμένου θέματος:
Τα μοτίβα εισάγονται για πρώτη φορά στη διδακτέα ύλη των μαθηματικών του Δημ. Σχολείου. Η αναγνώριση, η ανάλυση και η εύρεση του κανόνα που ακολουθούν αποτελούν διαδικασίες που συμβάλλουν στην άσκηση της παρατηρητικότητας, στην ανάλυση και κατανόηση σχέσεων, στην εξαγωγή συμπερασμάτων και στην εφαρμογή τους στην πράξη. Γενικότερα προάγουν την νοητική ανάπτυξη των μαθητών.
Κύριος διδακτικός στόχος: Εξοικείωση των μαθητών με την αναγνώριση, κατανόηση και κατασκευή γεωμετρικών μοτίβων.
Αναλυτικότερα:
Να μπορούν οι μαθητές:
- να αναγνωρίζουν γεωμετρικά μοτίβα.
- να κατανοούν ότι τα μοτίβα περιγράφουν μια κανονική ή προβλέψιμη αλλαγή.
- να περιγράφουν μοτίβα και να ανακαλύπτουν τον κανόνα που τα διέπει, ώστε να μπορούν να τα επεκτείνουν ή να δημιουργήσουν δικά τους.

Προαπαιτούμενες γνώσεις και δεξιότητες:
- Να έχουν εξοικειωθεί με την αναγνώριση, κατανόηση και κατασκευή απλών γεωμετρικών μοτίβων σε προηγούμενες τάξεις.
- Να μπορούν να παρατηρούν, να διατυπώνουν απόψεις και να εξάγουν συμπεράσματα.
- Να μπορούν να συνεργάζονται σε ομάδες.

Έλεγχος προϋπάρχουσας γνώσης:
Προτείνεται η ενασχόληση με τις δραστηριότητες του αντίστοιχου θέματος: «Μοτίβα», οι οποίες περιέχονται στο λογισμικό των μαθηματικών της Δ΄ Τάξης.
Απαιτούμενα υλικά – Διδακτικά εργαλεία:
Ξυλάκια, χρωματιστοί κύβοι κατασκευών ή χρωματιστά χαρτάκια, μαρκαδόροι ή χρωματιστά μολύβια, μιλιμετρέ χαρτί ή τετράδιο με κουτάκια.
Προτεινόμενος διδακτικός χρόνος:
1-2 διδακτικές ώρες (ανάλογα με τις προϋπάρχουσες γνώσεις και δεξιότητες των μαθητών).

Βασικά στάδια της προτεινόμενης διδακτικής προσέγγισης:
Ι. Προσανατολισμός του ενδιαφέροντος και ενεργητική προσέγγιση της γνώσης
ΙΙ. Οργάνωση και επισημοποίηση της γνώσης
ΙΙΙ. Εφαρμογή με τη μορφή υποδειγματικά λυμένων προβλημάτων – εφαρμογών
ΙV.Ανακεφαλαίωση – Αυτοέλεγχος
V. Εμπέδωση
VI. Επέκταση και διαθεματική σύνδεση της γνώσης που αποκτήθηκε.

Αναλυτικότερα:

Ι. Προσανατολισμός του ενδιαφέροντος και ενεργητική προσέγγιση της γνώσης: Οι μαθητές διαβάζουν τον τίτλο (επίσημο και παιγνιώδη) και τους στόχους του μαθήματος. Σκοπός είναι η πρόκληση του ενδιαφέροντος και η προοργάνωση της γνώσης που θα αποκτηθεί.
Στη συνέχεια ζητούμε από τους μαθητές να εντοπίσουν μοτίβα στην τάξη και το σχολείο (π.χ. πλακάκια δαπέδου, κάγκελα, διακοσμητικά κλπ.) ή να θυμηθούν και να περιγράψουν μοτίβα γνωστά από το καθημερινό τους περιβάλλον (π.χ. κουρτίνες, χαλιά, υφάσματα κλπ.). Γνωρίζουμε ότι με τα μοτίβα έχουν ήδη ασχοληθεί σε προηγούμενες τάξεις (σπειροειδής διάταξη της ύλης –κάθετη διασύνδεση).
Δραστηριότητες ανακάλυψης (αντιμετωπίζονται ατομικά ή ομαδικά):
Με την πρώτη δραστηριότητα οι μαθητές αναγνωρίζουν γεωμετρικά μοτίβα και κατανοούν ότι αυτά περιγράφουν μια προβλέψιμη αλλαγή.
Με τη δεύτερη επεξεργάζονται νοητικά τις οπτικές πληροφορίες που δίνουν τα σχήματα, τα αναλύουν, αντιλαμβάνονται τις σχέσεις που τα διέπουν και έτσι ανακαλύπτουν τον κανόνα, ώστε να μπορούν να τα επεκτείνουν.
Μετά από την ολοκλήρωση των δραστηριοτήτων τα συμπεράσματα των μαθητών παρουσιάζονται και συζητούνται στην τάξη.
ΙΙ. Οργάνωση και επισημοποίηση της γνώσης:
Ο/η εκπαιδευτικός ενοποιεί τις απόψεις και τα συμπεράσματα των μαθητών, ανακεφαλαιώνει και επισημοποιεί τις γνώσεις που αποκτήθηκαν, με τρόπο που να ανταποκρίνεται στο αντιληπτικό επίπεδο των μαθητών (προσέγγιση με προσανατολισμό σε μετωπική διδ/λία).
Στο βιβλίο η συστηματοποιημένη μαθηματική γνώση παρατίθεται στο ειδικό έγχρωμο πλαίσιο στην αρχή της δεύτερης σελίδας του κεφαλαίου. Δίνεται ο ορισμός του γεωμετρικού μοτίβου και η ανάγκη ανακάλυψης του κανόνα που το διέπει, ώστε να μπορούμε να το επεκτείνουμε ή και να το δημιουργήσουμε. Παρατίθεται επίσης και παράδειγμα γεωμετρικού μοτίβου, γνωστού από την ιστορία (αρχαίος ελληνικός μαίανδρος), δίνοντας αφορμή για διαθεματικές προεκτάσεις.
ΙΙΙ. Εφαρμογή με τη μορφή υποδειγματικά λυμένων προβλημάτων – εφαρμογών:
Με τις εφαρμογές που ακολουθούν οι μαθητές ασκούνται στην αναγνώριση μοτίβων. Ειδικότερα με την πρώτη εφαρμογή οι μαθητές διαπιστώνουν ότι για την κατασκευή μιας κηρήθρας το μοτίβο που επαναλαμβάνεται είναι ένα κανονικό εξάγωνο. Κάθε εξάγωνο εφάπτεται με το άλλο στη μια πλευρά. Με την εφαρμογή αυτή οι μαθητές διαπιστώνουν επίσης ότι τα γεωμετρικά μοτίβα ενυπάρχουν στη φύση και δεν αποτελούν κατασκεύασμα της μαθηματικής σκέψης.
Στη δεύτερη εφαρμογή αναγνωρίζουν το γεωμετρικό μοτίβο που διέπει το σχέδιο ενός παραδοσιακού ελληνικού χαλιού. Έτσι συνδέονται τα γεωμετρικά μοτίβα και με στοιχεία των λαϊκών πολιτισμών.
ΙV.Ανακεφαλαίωση – Αυτοέλεγχος:
Με τις ερωτήσεις που ακολουθούν επιχειρείται η διαπίστωση του βαθμού επίτευξης των βασικών διδακτικών στόχων. Οι ερωτήσεις αυτές, οι οποίες μπορούν να απαντηθούν ατομικά ή ομαδικά, δίνουν επίσης αφορμή για έκφραση θέσεων και συζήτηση, για τεκμηρίωση απόψεων και αυτοέλεγχο.
V. Εμπέδωση:
Στο Τετράδιο Εργασιών δίνονται ασκήσεις διαβαθμισμένης δυσκολίας με σκοπό την εμπέδωση της νέας γνώσης, αλλά και τη διαφοροποίηση των διδακτικών απαιτήσεων. Μπορούν να γίνουν ατομικά ή ομαδικά ή και να ανατεθούν ως κατ' οίκον εργασία. Ανάλογα με το επίπεδο ικανοτήτων και τις ατομικές ανάγκες των μαθητών του ο/η εκπαιδευτικός κρίνει αν χρειάζεται να τις εξατομικεύσει, να τις τροποποιήσει, να τις επεκτείνει ή και ορισμένες να τις παραλείψει.

Στην πρώτη άσκηση οι μαθητές καλούνται να συνεχίσουν απλά γεωμετρικά μοτίβα, στη δεύτερη να τα ανακαλύψουν και να τα κυκλώσουν και στην τρίτη και τέταρτη να συμβάλουν στη δημιουργία τους.

VI. Επέκταση και διαθεματική σύνδεση της γνώσης που αποκτήθηκε:

Για τη διεύρυνση και επέκταση της νέας γνώσης παρατίθενται θέματα για συζήτηση, καθώς και ηλεκτρονικές διευθύνσεις, στις οποίες μπορούν να ανατρέξουν μαθητές και εκπαιδευτικοί για να αντλήσουν περισσότερες σχετικές με το εξεταζόμενο θέμα πληροφορίες καθώς και υλικό για επέκταση και εφαρμογή της νέας γνώσης σε άλλες γνωστικές περιοχές (Βιβλίο μαθητή: htpp://users.auth.gr/kliapis/stmaths/patterns Βιβλίο δασκάλου: Πίνακες του Escher: htpp://www.mcescher.com/Gallery).

Μέσα από το πρώτο θέμα συζήτησης οι μαθητές καλούνται να αιτιολογήσουν την τεχνική αξιοποίησης των αποκομμάτων δέρματος στην κατασκευή γουναρικών, να τεκμηριώσουν τις απόψεις τους και να τις υποστηρίξουν με τυχόν προσωπικές τους εμπειρίες (π.χ. γούνινα παλτό, ζακέτες, καπέλα κλπ. που έχουν δει και έτυχε να προσέξουν τη ραφή τους). Εδώ γίνεται σύνδεση της νέας γνώσης με την πράξη (επαγγελματική τεχνική) και την ανάγκη οικονομίας, καταστάσεις που αφορούν την καθημερινή ζωή.

Το δεύτερο θέμα συζήτησης δίνει αφορμές για σύνδεση της μαθηματικής γνώσης με την τέχνη (Πίνακες του Escher, ανθρωπάκια του Γαΐτη).

Με τη «Δραστηριότητα με προεκτάσεις: Αποκόμματα» επιχειρείται η διασύνδεση της νέας γνώσης με τεχνικές και προβληματισμούς, που έχουν σχέση με την επαγγελματική κοπή και συρραφή δερμάτων.

Για διευκόλυνση των μαθητών προτείνεται η χρήση συνθέσεων που αποτελούνται από 4 ή 5 κομμάτια. Το πρόβλημα που τίθεται επιδέχεται πολλαπλές λύσεις (ανοιχτό πρόβλημα) και προσφέρεται για ομαδική εργασία.

Αξιολόγηση:

Αρχική ή διαγνωστική: Έλεγχος της προϋπάρχουσας γνώσης

Σταδιακή ή διαμορφωτική: Διατρέχει όλη τη μαθησιακή διαδικασία, συνδέεται άμεσα με τους διδακτικούς στόχους και αφορά τόσο διαδικασίες όσο και αποτελέσματα. Στη διαμορφωτική αξιολόγηση εντάσσονται και οι ερωτήσεις για αυτοέλεγχο και συζήτηση.

Τελική ή συνολική: Επιτυγχάνεται με τα επαναληπτικά μαθήματα (Β.Μ.) και τα αντίστοιχα κριτήρια αξιολόγησης (Β.Δ.).

Προτεινόμενο σχέδιο εργασίας: Μοτίβα στη ζωή μας (Α.Π.Σ. Μαθηματικών ΣΤ΄τάξης, Εφημ. της Κυβ. τ. β΄, σ. 4008).

Προηγείται προκαταρκτικός προγραμματισμός του/της εκπ/κού σχετικά με τους πιθανούς διδακτικούς στόχους, την εξακτίνωση του θέματος, τις δραστηριότητες των μαθητών, το εκπ/κό υλικό, τις πηγές πληροφόρησης που θα χρησιμοποιηθούν και τον τρόπο αξιολόγησης**.** Ενδεικτικά αναφέρονται:

Σκοποί του σχεδίου εργασίας:

- Να γνωρίσουν οι μαθητές διάφορα επαναλαμβανόμενα σχέδια (μοτίβα) από αντικείμενα της καθημερινής ζωής και από έργα τέχνης διαφόρων εποχών.
- Να εντοπίσουν μοτίβα στη φύση, τη δομή της ύλης, τη μουσική, το χορό, την ποίηση κλπ.
- Να τα παρουσιάσουν και συζητήσουν για το ρόλο και το είδος των μοτίβων σε διάφορες περιπτώσεις.
- Να ασκηθούν στον ομαδικό τρόπο εργασίας.
- Να εξοικειωθούν με τρόπους αναζήτησης, οργάνωσης, αξιοποίησης και παρουσίασης πληροφοριών.

- Να αποκτήσουν θετική στάση απέναντι στα έργα τέχνης, την παράδοση και το λαϊκό πολιτισμό.
- Να ασκηθούν σε δεξιότητες αυτοαξιολόγησης και αυτορρύθμισης της μαθησιακής τους πορείας.

….

Δραστηριότητες:

Οι μαθητικές δραστηριότητες μπορεί να είναι κοινές για όλη την τάξη (π.χ. επίσκεψη σε μουσείο και παρατήρηση σχετικών έργων τέχνης) ή και εξειδικευμένες κατά ομάδες (π.χ. συλλογή πληροφοριών και εικόνων μέσω διαδικτύου ή άλλων πηγών για γεωμετρικά μοτίβα που κοσμούν αγγεία).

Σκοποί και δραστηριότητες προσανατολίζονται και διαφοροποιούνται ανάλογα με τις αντικειμενικές συνθήκες και τα διαφέροντα των συγκεκριμένων μαθητών της τάξης (π.χ. πολυθέσιο ή ολιγοθέσιο σχολείο, δυνατότητα χρήσης διδαδικτύου, βιβλιοθήκης, επίσκεψης σε μουσειακούς χώρους, ιδιαίτερα γνωστικά, εικαστικά, μουσικά κλπ. διαφέροντα των μαθητών κ.α.).

Στάδια Υλοποίησης του σχεδίου εργασίας:

1ο βήμα: Συλλογικός προγραμματισμός: Κοινές δραστηριότητες με όλη την τάξη.
- Καθορισμός του θέματος: Προκύπτει ως συνέχεια της Ενότητας: Μετρήσεις – Μοτίβα.
- Εξακτίνωση του θέματος με βάση τα μαθήματα του Α.Π.Σ.
- Καθορισμός των ομάδων και ανάληψη του θεματικού πεδίου που τους ενδιαφέρει.

2ο βήμα: ***Προγραμματισμός των δραστηριοτήτων της κάθε ομάδας***: Σχεδιασμός των εργασιών και δραστηριοτήτων που απαιτούνται και κατανομή των εργασιών στα μέλη της ομάδας.

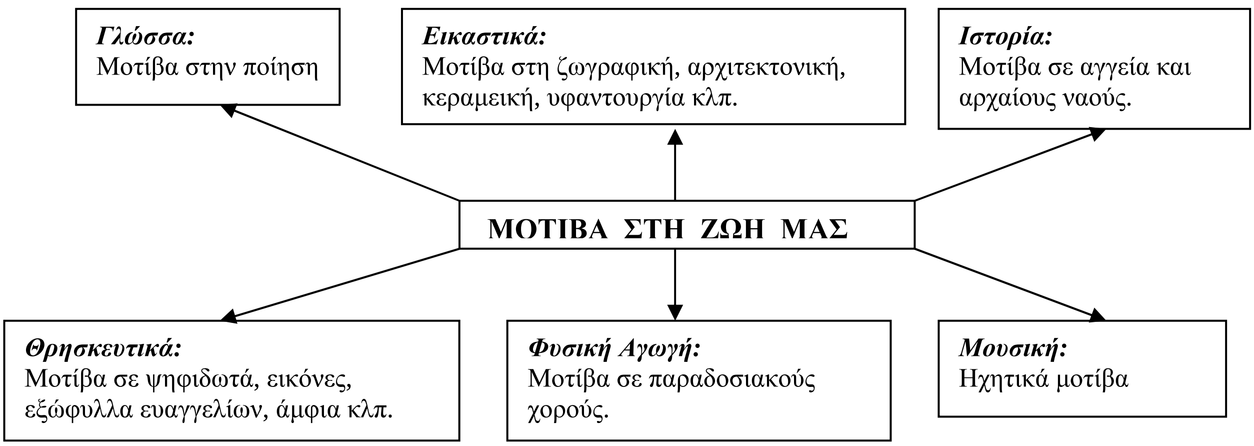
3ο Βήμα: Υλοποίηση των εργασιών των ομάδων

4ο Βήμα: Σύνθεση των εργασιών των ομάδων

5ο Βήμα: Αξιολόγηση του Σχεδίου Εργασίας. Η αξιολόγηση γίνεται τόσο σε επίπεδο ομάδας (ενδοομαδική αξιολόγηση) όσο και σε επίπεδο τάξης (διομαδική αξιολόγηση) και αφορά τόσο το παραχθέν έργο όσο και τη διαδικασία παραγωγής του (Ματσαγγούρας 2002).

6ο Βήμα: Αξιοποίηση και διάχυση των αποτελεσμάτων: Η εργασία των μαθητών μπορεί να παρουσιαστεί στην τάξη, στους μαθητές του σχολείου, στους γονείς κλπ. Μέσα παρουσίασης: Χώρος έκθεσης των εργασιών, προφορικές ξεναγήσεις στον εκθεσιακό χώρο, εκτύπωση σχετικού φυλλαδίου κλπ.

Ενδεικτική εξακτίνωση του θέματος με βάση τα διδ/κά αντικείμενα του Α.Π.Σ.



Ιστοσελίδα υποστήριξης του βιβλίου της ΣΤ΄ τάξης: http://users.sch.gr/kliapis