ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ
ΣΤΟ ΝΕΟ ΒΙΒΛΙΟ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΤΗΣ Ε΄ ΤΑΞΗΣ

Θεόδωρος Γούπος, Κριτής – Αξιολογητής, Σχολικός Σύμβουλος
Κωνσταντίνος Βρυώνης, Κριτής – Αξιολογητής, Εκπαιδευτικός

Κεφάλαιο 6ο Επίλυση προβλημάτων

Χρονική διάρκεια: 2 διδακτικές ώρες

- Ο δάσκαλος μπορεί να τροποποιήσει αν κρίνει ότι πρέπει τον προτεινόμενο χρόνο διδασκαλίας κάθε κεφαλαίου.

Ι. ΒΙΒΛΙΟ ΔΑΣΚΑΛΟΥ

- Η νέα προσέγγιση της διδασκαλίας των μαθηματικών αλλάζει καθώς μετατοπίζονται οι στόχοι της μαθηματικής εκπαίδευσης κυρίως από την εκμάθηση των 4 πράξεων και των τύπων χωρίς κατανόηση, στην εκμάθηση λύσης **προβλημάτων** (με μία ή πολλές λύσεις). Η διαδικασία επίλυσης προβλημάτων προσφέρεται ως το πλέον κατάλληλο πεδίο για την καλλιέργεια των μαθηματικών ικανοτήτων. Κατά τη διάρκεια της επίλυσης προβλημάτων, της μοντελοποίησης πραγματικών καταστάσεων και της προοδευτικής μάθησης της διαδικασίας απόδειξης, οι μαθητές συνειδητοποιούν σταδιακά **ότι δουλεύω πάνω σε μια μαθηματική δραστηριότητα σημαίνει κυρίως**: προσδιορίζω το πρόβλημα, εικάζω για το αποτέλεσμα, πειραματίζομαι με τη βοήθεια παραδειγμάτων, συνθέτω ένα συλλογισμό, διατυπώνω μια λύση, ελέγχω τα αποτελέσματα και αξιολογώ την ορθότητά τους σε συνάρτηση με το αρχικό πρόβλημα. Γι' αυτό το λόγο η επίλυση προβλημάτων αποτελεί το κέντρο του ενδιαφέροντος των νέων Π.Σ. των Μαθηματικών, όχι απαραίτητα ως ανεξάρτητη θεματική περιοχή, αλλά ως βασικός άξονας γύρω από τον οποίο θα οργανωθεί η διδασκαλία των βασικών μαθηματικών εννοιών.

1. **Κύριος διδακτικός στόχος: «**Οι μαθητές να μπορούν να αναπτύσσουν διαφορετικές στρατηγικές επίλυσης ενός προβλήματος και ελέγχου της ορθότητάς της».

- Σημειώνουμε ότι τα παιδιά από μικρή ηλικία αναπτύσσουν στρατηγικές που τα βοηθά να κατανοούν, να σκέφτονται, να απομνημονεύουν και να λύνουν προβλήματα. Η συστηματική εκμάθηση στρατηγικών επίλυσης προβλημάτων κάνει τους μαθητές ικανούς να μαθαίνουν καλύτερα και γρηγορότερα.

  Αναλυτικά οι μαθητές πρέπει να είναι ικανοί:
  - Να αναγνωρίζουν τα δεδομένα και τα ζητούμενα μέσα σ' ένα πλήθος πληροφοριών.
  - Να χρησιμοποιούν την εκτίμηση ως στρατηγική επίλυσης προβλημάτων.
  - Να μοντελοποιούν προβλήματα με ζωγραφική, πίνακα, εποπτικό υλικό.
    - Τα «μοντέλα» είναι μια σύγχρονη προσέγγιση στα Μαθηματικά υψηλής πολυπλοκότητας. Ως μοντέλο μπορούν να χρησιμοποιηθούν σκίτσα, σχέδια διαγράμματα, ακόμη και σύμβολα (Gravemeijer1997, Van Heuvel – Panhuizeh2001)
  - Να συνεργάζονται σε ομάδες των 2 ή των 4 για την επίτευξη μας δραστηριότητας.
    - Οι ομαδικές εργασίες αμβλύνουν το παθογόνο άγχος των μαθητών συμβάλλοντας έτσι στην ψυχολογική τους ισορροπία και κατ' επέκταση στην αποτελεσματικότερη μάθηση. Παράλληλα η αλληλεπίδραση μεταξύ

των μαθητών τους δίνει την ευκαιρία να αποστασιοποιηθούν από το δικό τους τρόπο σκέψης τη δική τους γνωστική στρατηγική, να επισημαίνουν διαφορές και ομοιότητες, να αξιολογούν, να επιχειρηματολογούν, να ελέγχουν, να κρίνουν αντικειμενικά και να συμπεραίνουν.

2. **Προαπαιτούμενες γνώσεις και δεξιότητες**
Να αποκωδικοποιούν δεδομένα τα οποία παρουσιάζονται με μορφή εικόνας ή σχεδίου.
   - Να αναπτύσσουν συνδυαστική σκέψη.
   - Να αναγνωρίζουν τον κανόνα σ' ένα μοτίβο και να τον επεκτείνουν.
   - Να ζωγραφίζουν τα δεδομένα προκειμένου να οπτικοποιήσουν το πρόβλημα.
   - Να διαβάζουν τα δεδομένα ενός πίνακα.
   - Να συνεργάζονται με το διπλανό τους για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.
3. **Διαφορετικά πλαίσια που αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος**
Αριθμοί και πράξεις, γεωμετρία, μετρήσεις, μοτίβο, πρόβλημα.

- Η κατανόηση εννοιών μέσα σε πολλαπλά πλαίσια (συσχετιστική κατανόηση) βοηθά στην οικοδόμηση της γνώσης και έχει πολλαπλά οφέλη στους μαθητές (ενισχύει τη μνήμη, προκαλεί θετικό αυτοσυναίσθημα, βοηθά στην εκμάθηση νέων εννοιών και διαδικασιών, βελτιώνει τις δεξιότητες επίλυσης προβλημάτων, βοηθά στην αποφυγή της παπαγαλίας (John A., Van de Walle, Μαθηματικά για το Δημοτικό και το Γυμνάσιο, σελ.41)

4. **Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά**
Άλλες μετατροπές μονάδων μέτρησης μήκους εκτός από τις απλές 100 εκ.= 1μ.
5. **Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία**
Διάφορα γεωμετρικά στερεά, ζυγός, ψεύτικα ευρώ, φωτογραφίες με πολλά αντικείμενα, πρόσωπα, ζώα κτλ.
6. **Ενδεικτικό διάγραμμα ροής της διδασκαλίας**

<u>1η διδακτική ώρα</u>

<u>Φάση α΄</u>: *Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων*

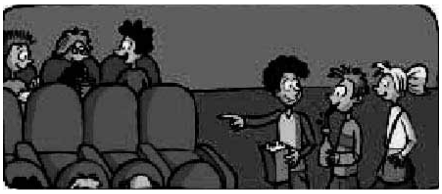
Ζητάμε από τα παιδιά να προτείνουν απλά προβλήματα με συνδυασμούς, π.χ.: α. Είχα 12κέρματα. Πλήρωσα για ένα άτλαντα 12,50 . Τι κέρματα μπορεί να έδωσα; ή β. Πώς μπορώ να πληρώσω 1455 με τα λιγότερα χαρτονομίσματα; Πώς μπορώ να πληρώσω το ίδιο ποσό με τα περισσότερα χαρτονομίσματα;

<u>Φάση β΄</u>: *Ερώτηση αφόρμησης*

<u>«μπορούμε να βρούμε διαφορετικές στρατηγικές για να λύσουμε ένα πρόβλημα;»</u>

- Οι μαθητές εύκολα ανταποκρίνονται στην ερώτηση γιατί έχουν ήδη χρησιμοποιήσει διαφορετικές στρατηγικές για να επιλύσουν τα προβλήματα στον έλεγχο προαπαιτούμενων γνώσεων.
- Ο εκπαιδευτικός δεν παρεμβαίνει να απαντήσει σωστά ή να διορθώσει τις λανθασμένες αντιλήψεις των παιδιών. Αυτές θα αλλάξουν μέσα από τον προβληματισμό που θα δημιουργήσει η δραστηριότητα - ανακάλυψη και οι εργασίες.
- Πιθανές απαντήσεις στρατηγικών:
  - ✓ Το διαβάζουμε πολύ καλά για να το καταλάβουμε.
  - ✓ Χωρίζουμε τα χαρτονομίσματα (ή τα κέρματα) σε ομάδες όμοιων (χρησιμοποιούμε δηλαδή εποπτικό υλικό).
  - ✓ Κάνουμε νοερές πράξεις.

<u>Φάση γ΄</u>: *Δραστηριότητα – ανακάλυψη*

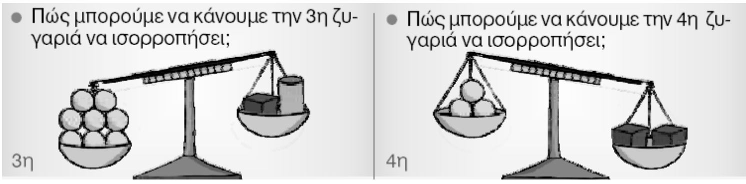


- *«Ο Μίλτος, η Αθηνά και ο Χριστόφορος πήγαν να δουν ταινία. Με πόσους διαφορετικούς τρόπους μπορούν να καθίσουν σ' αυτές τις τρεις θέσεις;»*
- **Ακολουθείται ένα εποικοδομητικό μοντέλο διδασκαλίας. Μέσα από δραστηριότητες και προβληματικές καταστάσεις ανοιχτές ή κλειστές παρμένες από τη ζωή και τα ενδιαφέροντα των μαθητών, το παιδί με τη συνεργασία των μελών της ομάδας του και την φθίνουσα καθοδήγηση του δασκάλου αναπτύσσει γνωστικές συγκρούσεις, αναδομεί τις ιδέες του και οικοδομεί τις βασικές μαθηματικές γνώσεις. (Ε.Π.Π.Σ. Μαθηματικών 1997).**
- Οι μαθητές διαβάζουν το πρόβλημα και ξεχωρίζουν τις λεκτικές πληροφορίες που περιέχονται σ' αυτό: Αναδεικνύουμε την πληροφορία ότι τα παιδιά που πήγαν στον κινηματογράφο είναι τρία (στρατηγική μέτρησης) και πρόκειται να καθίσουν σε τρεις συγκεκριμένες θέσεις.
- Αρχικά εκτιμούν το αποτέλεσμα. Επειδή όμως ο υπολογισμός όλων των δυνατών συνδυασμών δεν είναι τόσο εύκολος για τα παιδιά, συχνά η αρχική εκτίμησή τους είναι λανθασμένη. Η έννοια του λάθους και της διαχείρισής του είναι πολύ σημαντική στη γνωστική ανάπτυξη του μαθητή.
- Στη συνέχεια χρησιμοποιώντας άλλες στρατηγικές όπως ο σχεδιασμός του προβλήματος ή η κατασκευή πινάκων (μοντελοποίηση) οδηγεί τους μαθητές στη σωστή επίλυση. Μοντελοποίηση αποτελεί και ο δεύτερος τρόπος επίλυσης που προτείνεται στο βιβλίο του μαθητή, όπου τα παιδιά σκέπτονται και κατασκευάζουν ένα μοτίβο επανάληψης. Η δραματοποίηση της προβληματικής κατάστασης από τους ίδιους τους μαθητές μέσα στην τάξη (βιωματική προσέγγιση) μπορεί εύκολα να τους οδηγήσει στην επαλήθευση των αποτελεσμάτων τους.

- *«Την επόμενη φορά είχαν πάει στον κινηματογράφο με τη φίλη τους Γιάννα. Με πόσους διαφορετικούς τρόπους θα μπορούσαν να καθίσουν τα παιδιά αν η Γιάννα δεν αλλάξει θέση;»*
- Οι μαθητές έχουν την ευκαιρία με το συγκεκριμένο ερώτημα να κατανοήσουν ότι δεν είναι απαραίτητο οι θέσεις να είναι στη σειρά. Τους δίνεται έτσι η δυνατότητα να **γενικεύσουν** και να **θεωρητικοποιήσουν** τη μαθηματική γνώση που απόκτησαν (τρεις διαθέσιμες θέσεις για τρεις ανθρώπους, 6 δυνατοί συνδυασμοί).
- Ως **επέκταση του προβλήματος** μπορούμε να ρωτήσουμε: *«Πόσοι διαφορετικοί τρόποι υπάρχουν αν άλλαζε θέση και η Γιάννα;»*. Η επίλυση αντιμετωπίζεται εύκολα με τη συμπλήρωση πινάκων, αλλά και υπολογιστικά. Αν κάθε ένα από τα 4 παιδιά καθίσει στη ακρινή καρέκλα θα έχει τα άλλα τρία παιδιά να συνδυάζονται με 6 διαφορετικούς τρόπους, επομένως συνολικά θα έχουμε 4•6=24 συνδυασμούς.

Εργασία 1 του Β.Μ

- Οι μαθητές **παρατηρούν** προσεχτικά και **περιγράφουν με λόγια** το πρόβλημα. **Συνδυάζουν** τα δεδομένα και καταλήγουν σε **συμπεράσματά** για τη σχέση μεταξύ των βαρών των στερεών. Καταγράφουμε σε **πίνακα** τις σχέσεις.



- Οι μαθητές **εκτιμούν** τι στερεά πρέπει να προσθέσουν ή να αφαιρέσουν για να ισορροπήσει κάθε φορά η ζυγαριά. Συζητάμε στην τάξη τις προτάσεις τους. Μπορούμε με τη χρήση εποπτικού υλικού, βιωματικά να βοηθήσουμε τους μαθητές που δυσκολεύονται, κάνοντας πραγματικές ζυγίσεις με τυποποιημένα προϊόντα.
- Το πρόβλημα είναι ανοικτό και οι λύσεις πολλές. Το **ανοικτό πρόβλημα** έχει κι αυτό τη θέση του στο πρόγραμμα σπουδών, γιατί η διαδικασία επίλυσής και οι πολλαπλές στρατηγικές προάγουν και γονιμοποιούν τη σκέψη του μαθητή.
- Οι μαθητές **επαληθεύουν** τις λύσεις που δίνουν με τη βοήθεια του **πίνακα** αντιστοιχίας βαρών, που έχουμε σχεδιάσει στον πίνακα της τάξης.

Φάση ε΄: ***Εφαρμογή:***

Εργασία α του Τ.Μ

- *«Φτιάχνω και εγώ μια ζυγαριά που ισορροπεί χρησιμοποιώντας τουλάχιστον 10 από τα διπλανά είδη στερεών.»*
- Πρόκειται για ένα **ανοιχτό πρόβλημα** συνδυασμού ανάλογο με την εργασία 1 του Β.Μ, που μπορεί να αντιμετωπιστεί με διάφορες στρατηγικές επίλυσης. Εφόσον το πρόβλημα αναφέρει τη φράση «τουλάχιστον 10» οι λύσεις θεωρητικά είναι άπειρες.

Εργασία β του Τ.Μ

«Ποιο ζώο διάνυσε τη μεγαλύτερη απόσταση; ● *Βάτραχος: 900 άλματα των 35 εκ.*
● *καγκουρό: 500 άλματα των 250 εκ.»*

- Οι μαθητές **εκτιμούν** το αποτέλεσμα και στη συνέχει το **υπολογίζουν με ακρίβεια** και εξηγούν τον τρόπο που σκέφτηκαν.
- Πιθανές εσφαλμένες λύσεις των μαθητών: α. Ο βάτραχος, γιατί τα 900 άλματα είναι περισσότερα από τα 500. β. Το καγκουρό γιατί κάθε άλμα του είναι πολύ μεγαλύτερο από του βατράχου (σωστό αποτέλεσμα, ατελής συλλογισμός και άρα εσφαλμένος).
- Πιθανές στρατηγικές επίλυσης: α. Βάτραχος: 900•35=31.500εκ.= 315μ., καγκουρό: 500•250=125.000εκ = 1250μ. β. Αν το καγκουρό έκανε τα μισά άλματα, δηλαδή μόνο 450, αφού σε κάθε άλμα διανύει υπερδιπλάσια απόσταση, θα είχε διανύσει συνολικά μεγαλύτερη απόσταση, πόσο μάλλον τώρα που κάνει περισσότερα από 450 άλματα και το καθένα υπερδιπλάσιο του αντίστοιχου του βατράχου. γ. Ο αντίστροφος συλλογισμός. δ. (900 – 500) • 35 < 500 • (250 – 35)

2^{η} διδακτική ώρα

Φάση α΄: ***Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων***

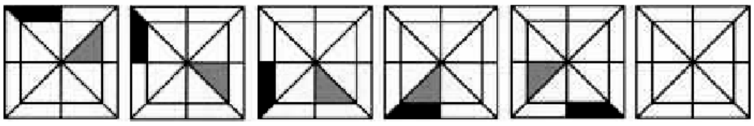
Εργασία δ του Τ.Μ

- *«Η Γιάννα έχει 50 κέρματα που η συνολική τους αξία είναι μεγαλύτερη από 5   και λιγότερη από 6 . Τι κέρματα μπορεί να έχει;»*
- Πρόκειται και πάλι για **ανοικτό πρόβλημα** με πολλές λύσεις ανάλογα με τη στρατηγική που θα ακολουθήσουμε: (π.χ. 44•10λεπτά + 5•1   + 1•50λεπτά: σύνολο 50κέρματα συνολικής αξίας 5,90 ευρώ). Τα παιδιά, ζωγραφίζουν, χρησιμοποιούν ψεύτικα κέρματα, υπολογίζουν με το νου ή με γραπτούς υπολογισμούς.

<u>Φάση γ΄</u>: *Δραστηριότητα – ανακάλυψη*

Εργασία 2 του Β.Μ.

- *«Παρατηρώ προσεχτικά και χρωματίζω το τελευταίο σχήμα. Εξηγώ πώς σκέφτηκα.»*



- Παρατηρούν και συμπληρώνουν το γεωμετρικό μοτίβο. Το πορτοκαλί τρίγωνο κινείται δεξιά, το μαύρο τραπέζιο αριστερά.
- Αν κάποιοι μαθητές δεν παρατηρήσουν την «κίνηση» μπορεί να δώσουν ως πιθανή απάντηση: «στο τελευταίο σχήμα θα ζωγραφίσω μόνο ένα πορτοκαλί τρίγωνο ίδιο με τα προηγούμενα και σε θέση που δεν έχει μπει και μόνο ένα μαύρο τραπέζιο ίδιο με τα προηγούμενα και σε θέση που δεν έχει μπει».

<u>Φάση δ΄</u>: *Επισημοποίηση της νέας γνώσης*

- Καταλήγουμε στο **συμπέρασμα** το οποίο και συζητάμε για να αποσαφηνίσουμε τυχόν αδιευκρίνιστα σημεία του ή να διαπιστώσουμε παρερμηνείες που δεν φάνηκαν νωρίτερα. Επικεντρώνουμε στο βασικό στόχο του κεφαλαίου και ζητάμε από τα παιδιά να διατυπώσουν πολλά παραδείγματα. Δεν το μαθαίνουμε απ’ έξω.

<u>Φάση ε΄</u>: *Εφαρμογή*

Εργασία γ΄του Τ.Μ.

- Πρόβλημα με συνδυαστικές λογικές, αξιοποίηση του πίνακα.

Εργασία ε΄του Τ.Μ.

- *«Το άθροισμα δύο 2ψήφιων αριθμών είναι 63. Η διαφορά τους είναι 5. Ποιοι είναι οι αριθμοί;»*
- Τα παιδιά κάνουν δοκιμές και με συνδυασμούς των μονάδων καταλήγουν στους σωστούς αριθμούς που είναι οι 34 και 29. Η πλέον εύκολη στρατηγική είναι να χρησιμοποιήσουν με τη μορφή κάθετων πράξεων κουτάκια που θα πρέπει να συμπληρώσουν. Η διαφορά των μονάδων πρέπει να κάνει 5 και άρα το άθροισμα 13, επομένως οι αριθμοί τελειώνουν σε 4 και 9.

Εργασία στ΄του Τ.Μ.

- Οι μαθητές μπορούν να σκιτσάρουν το πρόβλημα και να αξιοποιήσουν τις πληροφορίες με όποια στρατηγική επιλέξουν.

7. Εναλλακτικές ή επιπλέον διδακτικές προσεγγίσεις

- Δίνουμε επιπλέον γεωμετρικά μοτίβα
- Ζητάμε δύο αριθμούς που έχουν συγκεκριμένο άθροισμα και διαφορά
- Δείχνουμε φωτογραφίες με πλήθος όμοιων προσώπων, ζώων ή πραγμάτων (σε ομοιόμορφη κατανομή) και ζητάμε να βρουν προσεγγιστικές στρατηγικές σύντομου υπολογισμού του πλήθους: α. «Μοιράζουν» την εικόνα σε 3,4,5, 10 κτλ. ίσα μέρη και μετρούν πόσα περίπου αντικείμενα υπάρχουν στο καθένα και στη συνέχεια πολλαπλασιάζουν με τον αριθμό των κομματιών. β. Μοιράζουν την εικόνα σε τετράγωνα του1εκ. και υπολογίζουν πόσα αντικείμενα υπάρχουν σε κάθε τετράγωνο. Πολλαπλασιάζουν με το σύνολο των τετραγώνων μετρώντας στήλες και γραμμές.
- Εικονοπρόβλημα με συμπληρώματα ισοτήτων. Π.χ. γράφουμε στον πίνακα:
  □ + □ + 84.980 = 135.020 και ζητάμε να συμπληρωθεί η ισότητα.

8. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία – τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των παιδιών

Μπορούν να μη γίνουν οι εργασίες α, β, γ του Τ.Μ.

- Οι μαθητές ασκούνται σε μεθόδους υπολογισμού του ποσοστού **νοερά**.

9. Αξιολόγηση

- Η **αξιολόγηση** των μαθητών γίνεται σε δύο επίπεδα. Σε καθημερινή βάση γίνεται η «**Διαμορφωτική Αξιολόγηση**» μέσα από την καθημερινή σχολική εργασία στην τάξη. Σ' ένα δεύτερο επίπεδο, στο τέλος κάθε ενότητας, μέσα από τα «ανακεφαλαιωτικά κεφάλαια» γίνεται η «**Τελική Αξιολόγηση**», που περιλαμβάνει **αυτοαξιολόγηση** και **ετεροαξιολόγηση**, η οποία είναι περισσότερο **ανακεφαλαιωτική** και **ανατροφοδοτική** διαδικασία και αποσκοπεί στο να εκτιμηθεί ο βαθμός επίτευξης των διδακτικών και παιδαγωγικών στόχων, σε σχέση με τους προκαθορισμένους στόχους της ενότητας. Τα συμπεράσματα και από τα δύο επίπεδα αξιολόγησης θα είναι χρήσιμα τόσο για την αξιολόγηση των μαθητών όσο και για την αξιολόγηση της διδασκαλίας.
- Παράλληλα η **άτυπη αξιολόγηση** βρίσκεται σε εξέλιξη σε καθημερινή βάση. Οι μαθητές μέσω των ερωτήσεων που θέτουν ή των απαντήσεων που δίνουν, παρέχουν πολλές πληροφορίες στο δάσκαλο σχετικά με το βαθμό κατανόησης της μαθηματικής έννοιας του μαθήματος και την απόκτηση των δεξιοτήτων που απαιτούνται.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1.**Γούπος Θεόδωρος**, Η διδακτική των Μαθηματικών στο σύγχρονο σχολείο, στο θεματικές ενότητες εισαγωγικής επιμόρφωσης στο 2^{o} ΠΕΚ Αθήνας, Ατραπός 2005, σελ.97-102.

2.**Διδακτική Μαθηματικών**, http://www.telemath.gr/mathematical

3.**Δουγαλής Βασίλης**, Μερικές σκέψεις για τη διδασκαλία των Μαθηματικών,ομιλία κατά την απονομή του "Βραβείου Εξαίρετης Πανεπιστημιακής Διδασκαλίας - Βασίλη Ξανθόπουλου, Στ. Πνευματικού", 2000,http://www.math.uoa.gr/web/greek/omiliadou

4.**Καραντζής Γιάννης**, Οι παιδαγωγικοδιδακτικές αρχές του ΔΕΠΠΣ/ΑΠΣ με έμφαση στα Μαθηματικά, εισήγηση σε ημερίδα του Π.Ι. 6/4/2002.

5.**Κολέζα Ευγενία**, "Γνωσιολογική και Διδακτική Προσέγγιση των Στοιχειωδών Μαθηματικών Εννοιών", LeaderBooks 2000

6.**Κόσυβας Γεώργιος**. Η πρακτική του ανοικτού προβλήματος στο Δημοτικό Σχολείο. Αθήνα: Gutenberg.

7.**Λεμονίδης Χ.**, Μια νέα πρόταση διδασκαλίας των Μαθηματικών στις πρώτες τάξεις του Δημοτικού Σχολείου, Εκδ. Πατάκη, Αθήνα 2003.

8.**Μαθηματικά Ε΄** Δημοτικού, Βιβλίο Δασκάλου, ΟΕΔΒ 2006

9.**Μαθηματικά ΣΤ΄** Δημοτικού, Βιβλίο Εκπαιδευτικού, ΟΕΔΒ 2006

10.**Μαθηματικά ΣΤ΄** Δημοτικού, Βιβλίο Μαθητή, ΟΕΔΒ 2006

11.**Μαθηματικά ΣΤ΄** Δημοτικού, Τετράδιο Εργασιών, ΟΕΔΒ 2006

12.**Ματσαγγούρας Ηλίας**, Θεωρία και πράξη της Διδασκαλίας, Στρατηγικές Διδασκαλίας,1994

13.**Μπούφη Άντα** (1995). Μια προσπάθεια αλλαγής του παραδοσιακού τρόπου διδασκαλίας των μαθηματικών στο δημοτικό σχολείο. Μαθηματική Επιθεώρηση. τ. 43, σ. σ. 49-65

14.**Μπούφη Άντα** (1996). Ο ρόλος των εποπτικών μέσων και άλλων συμβολικών αναπαραστάσεων στη διδασκαλία και μάθηση των μαθηματικών του δημοτικού σχολείου. Εκπαιδευτικά. τ.41-42, σ. σ. 187-201.

15.**Π.Δ. ΦΕΚ** Τεύχος Β΄αρ. Φύλλου 303/13-03-03

16.**Π.Δ. ΦΕΚ** Τεύχος Β΄αρ. Φύλλου 304/13-03-03

17.**Τα μαθηματικά μου ΣΤ΄** Δημοτικού, Β΄Τεύχος, ΟΕΔΒ 2002

18.**Τύπας Γεώργιος**, Διδακτικό πακέτο Μαθηματικών, ΥΠΕΠΘ/ΠΙ/Επιμόρφωση Σχολικών Συμβούλων και εκπαιδευτικών Πρωτοβάθμιας και Προσχολικής Εκπαίδευσης στο ΔΕΠΠΣ και τα ΑΠΣ, 2005
19.**ΥΠΕΠΘ/ΠΙ, ΔΕΠΠΣ-ΑΠΣ,** υποχρεωτικής Εκπαίδευσης, Τόμος Α΄,Β΄
20.**ΥΠΕΠΘ/ΠΙ,** Ενιαίο Πλαίσιο Προγράμματος Σπουδών Μαθηματικών 1997
21.**Χιονίδου Μ.** (1999). Επιμόρφωση των εκπαιδευτικών στο κονστρουκτιβιστικό μοντέλο διδασκαλίας και μάθησης των εκπαιδευτικών Εισήγηση στο σεμινάριο των Σχολικών Συμβούλων Α/θμιας εκπαίδευσης. Αθήνα.