

Μια νέα ματιά στο μαθηματικό πρόβλημα: Σχέδιο μαθήματος από το βιβλίο των Μαθηματικών της Δ΄ Δημοτικού

Ξένια Βαμβακούση, Διδάκτωρ Πανεπιστημίου Αθηνών

Στα πλαίσια του καινούριου Α.Π.Σ. για τα Μαθηματικά στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση, η επίλυση προβλήματος αναδεικνύεται σε κεντρικό στόχο της μαθηματικής εκπαίδευσης. Κατά μία έννοια, το μαθηματικό πρόβλημα πάντα κατείχε σημαντική θέση στη διδασκαλία των μαθηματικών. Ωστόσο, η αντίληψη για το τι συνιστά μαθηματικό πρόβλημα, με ποιο τρόπο προσεγγίζεται και ποιοι είναι οι επιδιωκόμενοι διδακτικοί στόχοι, είναι πολύ διαφορετική στα καινούργια βιβλία των Μαθηματικών.

Θα σκιαγραφήσουμε σύντομα ποια είναι η «παραδοσιακή» προσέγγιση στην επίλυση προβλήματος και θα προσπαθήσουμε να αναδείξουμε τι αλλάζει. Στη συνέχεια, θα παρουσιάσουμε ένα σχέδιο μαθήματος για το πρώτο κεφάλαιο του βιβλίου των Μαθηματικών της Δ΄ Δημοτικού που διαπραγματεύεται βασικές στρατηγικές επίλυσης προβλήματος.

Το «παραδοσιακό» μαθηματικό πρόβλημα περιγράφεται λεκτικά, περιέχει αριθμητικά δεδομένα και έχει οπωσδήποτε μία μοναδική λύση, η οποία επιτυγχάνεται με την επιλογή και το συνδυασμό κατάλληλων πράξεων. Συνήθως δίνεται προς λύση ως εφαρμογή της χρήσης μαθηματικών εργαλείων (π.χ. πράξεις). Πολύ συχνά, η διδασκαλία της επίλυσης προβλημάτων στοχεύει στην επίλυση συγκεκριμένου τύπου προβλημάτων (π.χ. «προβλήματα διαίρεσης μέτρησης»). Μια διδακτική πρακτική που φαίνεται να πετυχαίνει αυτόν τον στόχο είναι η κατηγοριοποίηση των προβλημάτων και η εξάσκηση των παιδιών στο να αναγνωρίζουν σε ποια κατηγορία ανήκει ένα δεδομένο πρόβλημα. Προς αυτή την κατεύθυνση, στρατηγικές όπως ο εντοπισμός «λέξεων-κλειδιών» που παραπέμπουν σε κατάλληλες πράξεις φαίνονται πρόσφορες.

Η «παραδοσιακή» προσέγγιση στην επίλυση προβλήματος έχει ορισμένα πλεονεκτήματα που απορρέουν κυρίως από τον τρόπο αξιολόγησης, ο οποίος συνίσταται στην αποτίμηση της ικανότητας των παιδιών να επιλύουν προβλήματα παρόμοια με αυτά που έχουν διδαχτεί. Ωστόσο, στη διεθνή βιβλιογραφία έχουν καταγραφεί οι «παρενέργειες» της στενής θεώρησης του μαθηματικού προβλήματος (π.χ., Greer, 1997; Mayer, 2003; Reusser, 1997). Φαίνεται ότι τα παιδιά α) δυσκολεύονται να διαχειριστούν προβλήματα με τα οποία δεν είναι εξοικειωμένα, β) αντιμετωπίζουν τα προβλήματα ως τεχνητά κατασκευάσματα που έχουν νόημα μόνο στα στενά πλαίσια του μαθήματος των μαθηματικών –έτσι, δεν λαμβάνουν υπόψη τους περιορισμούς που τίθενται από την πραγματικότητα και την κοινή λογική, γ) αναπτύσσουν ισχυρές πεποιθήσεις σχετικά με τα προβλήματα, όπως ότι «δεν ωφελεί να προσπαθεί κανείς για περισσότερο από λίγα λεπτά για να επιλύσει ένα πρόβλημα», «ένα πρόβλημα έχει οπωσδήποτε λύση» κ.λπ. Τέλος, είναι γνωστό ότι, για πολλά παιδιά, η επίλυση προβλήματος είναι συνδεδεμένη με αρνητικά συναισθήματα, όπως άγχος και φόβο αποτυχίας.

Στα νέα βιβλία των Μαθηματικών της Δ΄ Δημοτικού, τα παιδιά και μαζί τους κι εμείς, ως εκπαιδευτικοί, θα προσεγγίσουμε το μαθηματικό πρόβλημα με ένα διαφορετικό τρόπο. Τα παιδιά θα κληθούν να

- να επεξεργαστούν μη τυπικά προβλήματα, όπως προβλήματα με περισσότερες από μία λύσεις ή προβλήματα χωρίς αριθμούς.
- αποκωδικοποιήσουν, να αξιολογήσουν και να αξιοποιήσουν πληροφορίες που δίνονται από διαφορετικές πηγές (εικόνα, κείμενο, πίνακα, διάγραμμα).

- εφαρμόσουν στρατηγικές επίλυσης προβλήματος, όπως η οργάνωση των δεδομένων (σε πρόχειρο σχεδιάγραμμα, σε πίνακα), η διατύπωση ενδιάμεσων ερωτημάτων, η συστηματική διερεύνηση περιπτώσεων, η ανάλυση ενός προβλήματος σε επιμέρους απλούστερα προβλήματα, η επίλυση μιας πιο απλής περίπτωσης, η επίλυση προβλήματος από το τέλος προς την αρχή.
- κατασκευάσουν δικά τους προβλήματα, είτε με δεδομένους αριθμούς, είτε με δεδομένη απάντηση, είτε συμπληρώνοντας ερωτήματα σε ένα κείμενο.
- να χρησιμοποιήσουν την εκτίμηση για να προβλέψουν τα αποτελέσματα.
- να χρησιμοποιήσουν εναλλακτικές στρατηγικές υπολογισμού.

Συγχρόνως, τα μαθηματικά προβλήματα τίθενται σε πλαίσια καταστάσεων που είναι οικείες στα παιδιά και έχουν νόημα για αυτά, συνδεδεμένα με την πραγματικότητα και τους περιορισμούς της. Συνοπτικά θα λέγαμε ότι η προσέγγιση στο μαθηματικό πρόβλημα γίνεται με απώτερο σκοπό την αναβάθμιση της ικανότητας των παιδιών στη διαχείριση καταστάσεων που έχουν μαθηματικό περιεχόμενο.

Το Κεφάλαιο 7: «Αξιολογώ και οργανώνω πληροφορίες»

Το Κεφάλαιο 7, στο οποίο θα επικεντρώσουμε στη συνέχεια, είναι το πρώτο κεφάλαιο στο βιβλίο της Δ' που ασχολείται ρητά με τις στρατηγικές επίλυσης προβλήματος.

Προκειμένου να αποφύγουμε στο κείμενο αυτό την αναπαραγωγή των διδακτικών προτάσεων που παρέχονται από το αντίστοιχο κεφάλαιο στο Βιβλίο του/της Εκπαιδευτικού, θα αποπειραθούμε να κάνουμε μια πιο γενική προσέγγιση, με κατευθύνσεις που είναι χρήσιμες και για τη διαχείριση των υπόλοιπων κεφαλαίων. Η ανάγνωση αυτού του κειμένου προϋποθέτει την ενημερότητα για το περιεχόμενο του κεφαλαίου στο Βιβλίο Μαθηματικών (ΒΜ), στο Τετράδιο Εργασιών και στο Βιβλίο του/της Εκπαιδευτικού (στο εξής, ΒΜ, ΤΕ, ΒΕ αντίστοιχα).

Οι στόχοι του κεφαλαίου αναφέρονται αναλυτικά στο ΒΕ, καθώς και συνοπτικά στο ΒΜ. Είναι σημαντικό να λαμβάνουμε υπόψη ότι η επιδίωξη των στόχων αυτών δεν εξαντλείται στο συγκεκριμένο κεφάλαιο: Δραστηριότητες με τους ίδιους στόχους επανεμφανίζονται συστηματικά σε επόμενα κεφάλαια, τόσο στο ΒΜ, όσο και στο ΤΕ (ενδεικτικά αναφέρουμε τη Δραστηριότητα-Ανακάλυψη του Κεφαλαίου 12). Αυτό ισχύει και για τους στόχους από άλλους άξονες περιεχομένου. Η τακτική αυτή υποστηρίζεται και από τη σπειροειδή διάταξη της ύλης.

Όπως επισημαίνεται στο ΒΕ, για το κεφάλαιο αυτό προβλέπονται 2 διδακτικές ώρες. Δύο ερωτήματα που προκύπτουν είναι αν πρέπει να αφιερωθούν 2 συνεχόμενες ώρες σε μια μέρα και αν το ΒΜ και το ΤΕ θα δουλευτούν σειριακά. Η απάντηση στο πρώτο ερώτημα εξαρτάται από τον τρόπο με τον οποίο έχουμε οργανώσει το πρόγραμμα της τάξης και πόση ευέλικτο είναι αυτό. Θα ήταν πάντως ωφέλιμο, τα κεφάλαια που αφορούν στρατηγικές επίλυσης προβλήματος, καθώς και τα κεφάλαια στα οποία προτείνεται η χρήση υλικών, να γίνονται σε ένα συνεχόμενο δίωρο. Όσον αφορά στο δεύτερο ερώτημα, πράγματι η πρώτη από τις δύο ώρες μπορεί να διατεθεί για το ΒΜ, ενώ η δεύτερη για το ΤΕ. Ωστόσο, αυτό δεν είναι δεσμευτικό: Με βάση το ενδεικτικό διάγραμμα ροής (ΒΕ) που επεξηγεί το ρόλο της κάθε εργασίας, μπορούμε να επιλέξουμε μια διαφορετική σειρά στην επεξεργασία των εργασιών (π.χ. μετά τη ΒΜ 1, μπορεί να ακολουθήσει η ΤΜ1).

Ερώτηση-Αφόρμησης, Δραστηριότητα- Ανακάλυψης

Όπως όλα τα κεφάλαια του ΒΜ, η εισαγωγή στο κεφάλαιο 7 εισάγεται με την ερώτηση-αφόρμησης. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, η ερώτηση που απευθύνεται στα

παιδιά είναι «Ποιο είναι το πρώτο βήμα που πρέπει να κάνω για να απαντήσω σε ένα ερώτημα;». Είναι σημαντικό να δώσουμε στα παιδιά την ευκαιρία να απαντήσουν χωρίς να αισθάνονται ότι κρίνονται και, κατά περίπτωση, να καταγράφουμε τις απαντήσεις τους στον πίνακα, ώστε στο τέλος του μαθήματος να επισκεφτούν ξανά τις αρχικές τους απόψεις. Αυτό έχει ιδιαίτερη σημασία στα κεφάλαια στα οποία οι ερωτήσεις ελέγχου, που προτείνονται στο αντίστοιχο πεδίο του ΒΕ, δεν ταυτίζονται με την ερώτηση-αφόρμησης και αφορούν σε γνωστές παρανοήσεις των παιδιών αυτής της ηλικίας.

Μια δυσκολία στη διαχείριση της τάξης μπορεί να προκύψει στις δραστηριότητες στις οποίες τα παιδιά, είτε ατομικά, είτε σε ομάδες, καλούνται να εκφράσουν την άποψή τους ή να προτείνουν διαφορετικούς τρόπους υπολογισμού ή επίλυσης σε κάποιο πρόβλημα: Τι γίνεται την περίπτωση που πολλά παιδιά θέλουν να μιλήσουν, ενώ εμείς αισθανόμαστε την πίεση του χρόνου; Μια τακτική που μπορεί να φανεί χρήσιμη, είναι να ζητάμε συστηματικά από τα παιδιά να προσέχουν ώστε να μη διατυπώνουν μια άποψη που έχει ήδη εκφραστεί. Με αυτόν τον τρόπο, αφενός τα βάζουμε στη θέση να προσέχουν και να αξιολογούν τι λένε τα υπόλοιπα παιδιά – αφετέρου, διαχειριζόμαστε πιο αποτελεσματικά το χρόνο.

Η Δραστηριότητα Ανακάλυψης έχει ως θέμα το θέατρο. Όπως και στην πλειοψηφία των κεφαλαίων των ΒΜ και ΤΜ, έχει γίνει προσπάθεια οι δραστηριότητες, και ιδιαίτερα η εισαγωγική δραστηριότητα, να είναι μια «πραγματική» κατάσταση. Είναι σημαντικό να λάβουμε υπόψη την προϋπάρχουσα γνώση των παιδιών της τάξης για την κατάσταση αυτή: Αυτό που είναι αυτονόητο για ένα παιδί που έχει πάει στο θέατρο, μπορεί να μην είναι τόσο προφανές για ένα παιδί που δεν έχει αυτή την εμπειρία. Αν η κατάσταση που περιγράφεται στην Δραστηριότητα-Ανακάλυψη δεν είναι οικεία σε κάποια παιδιά, η διαχείριση των πληροφοριών που εμπεριέχει γίνεται πιο δύσκολη για αυτά. Φροντίζουμε να συνδέσουμε την κατάσταση με κάποια άλλη, ενδεχομένως πιο οικεία και στις περιπτώσεις που το κρίνουμε απαραίτητο, φροντίζουμε να εμπλουτίσουμε τις γνώσεις των παιδιών για το θέμα.

Η Δραστηριότητα Ανακάλυψης κατά κανόνα απαιτεί την εργασία σε ομάδες. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, το πρώτο σκέλος γίνεται από ομάδα με περισσότερα από δύο παιδιά, ενώ το δεύτερο από ομάδα των δύο παιδιών. Η επισήμανση αυτή γίνεται με τα εικονίδια που προηγούνται της εκφώνησης. Σε περίπτωση που η οργάνωση της τάξης (π.χ. η διάταξη των θρανίων) δεν επιτρέπει την ευέλικτη αλλαγή στις ομάδες, ή ο βαθμός της εξοικείωσης των παιδιών στη συνεργασία είναι μικρός, δουλεύουμε με ομάδες των δύο παιδιών. Οποσδήποτε, όμως, δεν αποφεύγουμε την εργασία σε ομάδα, όπου αυτή προτείνεται.

Στη Δραστηριότητα-Ανακάλυψη του Κεφαλαίου 7, υπάρχει ένα σημείο, το οποίο πρέπει να επισημάνουμε: Στο τελευταίο σκέλος της δραστηριότητας, προτείνεται η χρήση ενός *πρόχειρου σχεδιαγράμματος* για την οργάνωση των πληροφοριών. Αν τα ίδια τα παιδιά δεν παρατηρήσουν ότι το συγκεκριμένο *πρόχειρο σχεδιάγραμμα* δεν είναι ακριβές⁴, θα το επισημάνουμε εμείς και θα εξηγήσουμε ότι τα *πρόχειρα σχεδιαγράμματα* αντλούν την αξία τους από το γεγονός ότι μας επιτρέπουν να σκεφτούμε για κάτι που δεν γνωρίζουμε εκ των προτέρων –αν το γνωρίζαμε, τότε δεν θα μας ήταν απαραίτητο το σχεδιάγραμμα! Γενικότερα, θα φροντίσουμε να περάσει στα παιδιά το μήνυμα ότι δεν περιμένουμε από αυτά να παρουσιάζουν «υποδειγματικές» λύσεις σε σύντομο χρόνο. Αντίθετα, θα τα ενθαρρύνουμε

⁴ Μετά τους υπολογισμούς, προκύπτει ότι το σημείο που αντιστοιχεί στο πέρας της απογευματινής παράστασης είναι στην πραγματικότητα στο μέσο του δεδομένου διαστήματος, κάτι που δεν ισχύει το σχεδιάγραμμα της εικόνας.

συστηματικά να πειραματίζονται και να δοκιμάζουν διάφορες προσεγγίσεις στα προβλήματα που θα συναντήσουν στα βιβλία τους, για τα οποία συχνά δεν θα διαθέτουν έτοιμη «συνταγή» επίλυσης.

Εργασίες στο ΒΜ

Θα σταθούμε ιδιαίτερα στην τελευταία εργασία του ΒΜ (ΒΜ2). Η εργασία αυτή είναι απαιτητική, όπως φαίνεται και από το εικονίδιο που προηγείται. Η κεντρική ιδέα που πρέπει να αναδειχθεί είναι ότι η οργάνωση των πληροφοριών είναι αναγκαία για την επίλυση ενός προβλήματος. Με αυτό το σκοπό, θα ήταν άστοχο να παρουσιαστεί μια τετριμμένη περίπτωση, στην οποία πολλά παιδιά δεν θα αναγνώριζαν την ανάγκη της οργάνωσης. Γενικότερα, θα πρέπει να έχουμε στο μυαλό μας ότι, όσο σημαντικό και να θεωρούμε ένα διδακτικό στόχο, όπως στη συγκεκριμένη περίπτωση τη χρήση μιας στρατηγικής, δεν θα πρέπει να τον «επιβάλλουμε» στα παιδιά σε καταστάσεις στις οποίες δεν έχει νόημα για αυτά. Από την άλλη μεριά, πρέπει να επισημανθεί το εξής: Όταν ζητάμε από τα παιδιά να διαχειριστούν μια πολύπλοκη κατάσταση, φροντίζουμε ώστε να μην αυξάνουμε το βαθμό πολυπλοκότητας κατά τρόπο που δεν εξυπηρετεί ουσιαστικά τον κύριο διδακτικό μας στόχο. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, η αναφορά σχετίζεται με την τάξη μεγέθους των αριθμών που χρησιμοποιούνται στη συγκεκριμένη δραστηριότητα, καθώς και το μικρό βαθμό δυσκολίας των πράξεων που απαιτούνται. Σε περίπτωση, λοιπόν, που θέλουμε να δημιουργήσουμε το δικό μας υλικό ή να αξιολογήσουμε τα παιδιά στην επίλυση μη τετριμμένων προβλημάτων, δεν δεσμευόμαστε από το πόσο «μεγάλους» ή «δύσκολους» (π.χ. δεκαδικούς) αριθμούς μαθαίνουν τα παιδιά στην αντίστοιχη τάξη: Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε όσο μικρούς και «εύκολους» αριθμούς θεωρούμε κατάλληλους, ώστε να μην παρεκκλίνουμε ανώφελα από τον κύριο στόχο μας.

Η διαχείριση του Τετραδίου Εργασιών (ΤΕ)

Το ΤΕ είναι απαραίτητο συμπλήρωμα του ΒΜ. Οι εργασίες που εμπεριέχει είναι διαβαθμισμένης δυσκολίας, από την πιο απλή στην πιο σύνθετη.

Μια ερώτηση που ανακύπτει συχνά είναι το θέμα των εργασιών για το σπίτι. Η γενική κατεύθυνση είναι να μην επιβαρύνουμε τα παιδιά με υπερβολική δουλειά στο σπίτι. Οποσδήποτε δεν στέλνουμε στο σπίτι μια εργασία που σημαίνεται ως ομαδική. Αν το κρίνουμε απαραίτητο και ανάλογο με το επίπεδο της τάξης, μπορούμε να δώσουμε κάποια από τις εργασίες εφαρμογής ή εμπέδωσης (όπως περιγράφονται στο ΒΕ). Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο, τέτοιο ρόλο μπορεί να παίξει μόνο η πρώτη εργασία του ΤΕ. Ωστόσο, ως γενική κατεύθυνση, θα ήταν ωφέλιμο στα κεφάλαια που γίνεται διαχείριση προβλήματος, όλες οι δραστηριότητες του ΒΜ και του ΤΕ να γίνονται στην τάξη.

Θα σταθούμε στην ΤΕ2, στην οποία εμφανίζεται το εικονίδιο της «ανταλλαγής». Εδώ κάθε παιδί καλείται να αξιολογήσει τα στοιχεία που δίνονται από το κείμενο, ώστε να θέσει ένα κατάλληλο ερώτημα. Στη συνέχεια, το διπλανό παιδί καλείται να απαντήσει στο ερώτημα αυτό, αφού ανταλλάξουν τα βιβλία τους. Το εικονίδιο της ανταλλαγής, τόσο για προϊόντα ατομικής, όσο και ομαδικής, εργασίας δηλώνει έμμεσα ή άμεσα την ετεροαξιολόγηση. Στη συγκεκριμένη περίπτωση, κάθε παιδί αξιολογεί κατά πόσο το πρόβλημα του διπλανού του είναι καλά ορισμένο και μπορεί να επιλυθεί με τα δεδομένα στοιχεία.

Η τελευταία εργασία του ΤΕ είναι η πιο απαιτητική. Πρέπει να επισημανθεί η χρήση εργαλείων από έναν διαφορετικό άξονα περιεχομένου, αυτόν της Στατιστικής και να τονιστεί ότι η διασύνδεση εννοιών και εργαλείων από διάφορους άξονες περιεχομένου δίνει αφενός την ευκαιρία στα παιδιά να ενεργοποιούν και να εφαρμόζουν τις γνώσεις τους σε διαφορετικά πλαίσια, κάτι που ευνοεί την κατανόηση και αποτρέπει το φαινόμενο της αδρανούς γνώσης –αφετέρου, μας δίνει την ευκαιρία να αξιολογούμε το βαθμό επίτευξης των διδακτικών στόχων άλλων κεφαλαίων (στη συγκεκριμένη περίπτωση, τη διαχείριση σημειογράμματος και πίνακα συχνοτήτων που εισάγεται στο κεφάλαιο 6).

Αξιολόγηση

Είναι εύλογο ότι όταν αλλάζουν η προσέγγιση στο μαθηματικό πρόβλημα, πρέπει συνακόλουθα να αλλάξει και η αξιολόγηση.

Στο ΒΕ υπάρχουν 9 κριτήρια αξιολόγησης, τα οποία λειτουργούν ως τράπεζες θεμάτων που αξιολογούν τους διδακτικούς στόχους κάθε ενότητας. Πρέπει να τονιστεί ότι δεν είναι δεσμευτική η χρήση αυτούσιων των κριτηρίων στο τέλος κάθε ενότητας: Μπορούμε να επιλέξουμε από τα κριτήρια εργασίες, ή να δημιουργήσουμε άλλες με παρόμοιο στόχο και να τις επιδώσουμε στα παιδιά σε χρόνο τον οποίο θεωρούμε κατάλληλο. Επιπλέον, ας μην ξεχνάμε ότι σε επόμενα κεφάλαια, δίνεται η ευκαιρία επαναξιολόγησης της επίτευξης των διδακτικών στόχων. Για το Κεφάλαιο 7, ενδεικτικά αναφέρουμε, τη ΒΜ3 του Κεφαλαίου 10, τις ΒΜ1 και ΤΕ3 του Κεφαλαίου 14, τη Δραστηριότητα Ανακάλυψης του Κεφαλαίου 19 κ.ά., μέχρι και τα τελευταία κεφάλαια του βιβλίου (π.χ. στην εργασία 3 του 6^{ου} Επαναληπτικού Κεφαλαίου). Επιπλέον, κάθε παιδί αξιολογείται και αξιολογεί τη συνεργασία του με άλλα παιδιά με τις φόρμες που εμφανίζονται στο ΤΕ.

Κλείνοντας, θα ήταν χρήσιμο να επισημανθεί ότι τόσο το θέμα της Δραστηριότητας-Ανακάλυψης του συγκεκριμένου Κεφαλαίου όσο και το θέμα της εργασίας 3 στο ΤΕ (έρευνα για το πλήθος βιβλίων που διάβασαν τα παιδιά το καλοκαίρι) μπορούν να αξιοποιηθούν για το σχεδιασμό μικρών σχεδίων εργασίας. Επίσης, να τονιστεί ότι εκτός από τους κύριους στόχους του κεφαλαίου (αξιολόγηση και οργάνωση πληροφοριών), και οι υπόλοιποι στόχοι (επεξεργασία προβλημάτων με περισσότερες από μία λύσεις, έλεγχος) θα επανεμφανιστούν σε επόμενα κεφάλαια. Σε κάθε περίπτωση είναι σημαντικό να τους κρατάμε στο προσκήνιο της διδασκαλίας μας.

Αναφορές

- Greer, B. (1997). Modeling reality in mathematics classrooms: The case of word problems. *Learning and Instruction*, 7, 293-307.
- Reusser, K. (1997). Every word problem has a solution-The social rationality of mathematical modelling in schools. *Learning and Instruction*, 7, 309-327.
- Mayer, R.E. (2003). Cognitive, metacognitive and motivational aspects of problem solving. *Instructional Science*, 26, 49-63.

Σχέδιο διδασκαλίας στα Μαθηματικά της Δ΄ Τάξης Δημοτικού
Ενότητα 2^η Κεφάλαιο 14^ο
« Διαχειρίζομαι προβλήματα»
Δρ. Χολέβα - Φιλιπποπούλου Ειρήνη
Σχολική Σύμβουλος 24^{ης} Εκπ/κής Περιφέρειας Π.Ε. Αθηνών

Οι ενέργειες του εκπ/κού που αναφέρονται στη διδασκαλία μπορούν να διακριθούν σε τρία επίπεδα, στο επίπεδο της προετοιμασίας, στο επίπεδο της διεξαγωγής και στο επίπεδο της αξιολόγησης. Για να σχεδιάσει ο εκπ/κός με επιτυχία μια διδασκαλία, θα πρέπει να γνωρίζει: πρώτον «το τι», το αντικείμενο της διδασκαλίας, δεύτερον «το γιατί», τους σκοπούς και τους στόχους της διδασκαλίας, τρίτον «το ποιους» θα διδάξει, δηλαδή τη μαθησιακή ετοιμότητα των μαθητών και τέταρτον, το «πώς» θα διδάξει, δηλαδή τη μεθοδολογία διδασκαλίας.

Ο σχεδιασμός δεν είναι μια τυχαία ενέργεια του εκπ/κού, αλλά είναι ένα σύνολο επιλογών σκόπιμων, συνειδητών πράξεων που απαιτούν συγκεκριμένες διδακτικές γνώσεις, οι οποίες καθοδηγούν τις διδακτικές του επιλογές. Ο δάσκαλος δεν θα πρέπει να επιδιώκει να μάθουν οι μαθητές μαθηματικά, αλλά να τους μαθαίνει **πώς να μαθαίνουν μαθηματικά**, με το να χρησιμοποιεί σύγχρονες μεθόδους διδασκαλίας, οι οποίες θα προσελκύουν το ενδιαφέρον των μαθητών και θα τους βοηθήσουν να εργάζονται κριτικά και δημιουργικά.

Η διδασκαλία δεν πρέπει να είναι έμπνευση της στιγμής, αυτοσχεδιασμός στην προχειρότητα και το τυχαίο, αλλά πρέπει να στηρίζεται σε ένα έγκαιρο και προσεκτικό σχεδιασμό, σε ένα προγραμματισμό ο οποίος πρέπει να γίνεται σε τρία στάδια.

1. **Προγραμματισμός της ύλης** (Αμέσως μετά την κατανομή των τάξεων).
2. **Προγραμματισμός της διδασκαλίας για κάθε ενότητα.**
3. **Σχεδιασμός για μια καλή οργάνωση και προετοιμασία του μαθήματος.**

Οι παράγοντες οι οποίοι πρέπει να λαμβάνονται υπόψη κατά τον σχεδιασμό μιας διδασκαλίας είναι οι εξής:

1. **Οι μαθητές.** (Ο δάσκαλος δεν πρέπει να προσφέρει έτοιμο οτιδήποτε μπορούν να ανακαλύψουν οι μαθητές. Επιδίωξή του θα είναι να βρίσκει τρόπους ώστε οι μαθητές να ερευνούν, να ανακαλύπτουν και να κατανοούν τη γνώση με ένα σύντομο, ευχάριστο και ελκυστικό τρόπο και ο ίδιος να ξεπερνά

τις δυσκολίες που αντιμετωπίζει με τις δικές του δυνάμεις ή να ζητά καθοδήγηση από το Σχολικό Σύμβουλο).

2. **Οι συνθήκες που επικρατούν στην τάξη.**
3. **Το περιεχόμενο της γνωστικής περιοχής.**
4. **Οι επιδιωκόμενοι στόχοι της ενότητας και του κεφαλαίου.**
5. **Στρατηγική της διδασκαλίας.**
6. **Αξιολόγηση και αξιοποίηση της γνώσης.**

Η μέθοδος, δηλαδή ο δρόμος που χαράσσει κανείς προκειμένου να φτάσει σε ορισμένο στόχο καθορίζεται πάντοτε από κάποιες παιδαγωγικές και επιστημονικές αρχές, δεν είναι μια συνταγή, ένας νόμος, αλλά διδακτικές ενέργειες που επιλέγει αποκλειστικά ο εκπαιδευτικός. Ο ικανός και μεθοδικός εκπαιδευτικός βρίσκει τρόπους να διαμορφώνει τη δική του μέθοδο, προσαρμοσμένη στις απαιτήσεις και στην πραγματικότητα της τάξης του δημιουργώντας ένα κλίμα συμμετοχικής δράσης και συνεργατικότητας, με το να παρεκκλίνει από μια συγκεκριμένη μέθοδο ή να συνδυάζει πολλές μεθόδους. Μια διδασκαλία εμπεριέχει δυο διαστάσεις, τη διδακτική της και την κοινωνική της διάσταση. Η διδακτική διάσταση διαμορφώνεται από τις διδακτικές ενέργειες και πράξεις του εκπ/κού και η κοινωνική από τις κοινωνικές σχέσεις που δημιουργούνται ανάμεσα στον εκπ/κό και τους μαθητές και μεταξύ των μαθητών.

Η εφαρμογή και μόνο της κατάλληλης διδακτικής μεθόδου δεν αρκεί για μια ποιοτική και αποτελεσματική διδασκαλία. Η διδασκαλία - μάθηση είναι πολυπαραγοντική. Ο εκπαιδευτικός λοιπόν πρέπει να συνδυάσει και να αξιοποιήσει όλους τους παράγοντες της διδασκαλίας, τις μορφές διδασκαλίας, τις αρχές της διδασκαλίας, τα εποπτικά μέσα διδασκαλίας, τις μεθόδους διδασκαλίας και να τους προσαρμόσει στις εκάστοτε συνθήκες και πάνω από όλα να δουλέψει με κέφι μεράκι και φαντασία, αν θέλει να πετύχει τους προκαθορισμένους μαθησιακούς στόχους και σκοπούς, να είναι αποτελεσματικός και η διδασκαλία του να είναι πραγματικά ποιοτική.

Η συμμετοχή των μαθητών στο σχεδιασμό της διδασκαλίας, ειδικά στο επίπεδο της διεξαγωγής και της αξιολόγησης έχει πολύ μεγάλη σημασία, γιατί καθιστά τους μαθητές συνυπεύθυνους και η συνυπευθυνότητα ενισχύει το κίνητρο για μάθηση. Η ενεργός εμπλοκή του μαθητή στη διαδικασία διδασκαλίας-μάθησης έχει αποβεί ένα από τα αξιώματα της σύγχρονης διδασκαλίας.

Η σκέψη του εκπ/κού κατά τη διεξαγωγή της διδασκαλίας ακολουθεί ορισμένα προσχεδιασμένα βήματα τα οποία προδιαγράφουν την πορεία της διδασκαλίας. Τόσο το δικό μας νέο αναλυτικό πρόγραμμα, όσο και τα αναλυτικά προγράμματα άλλων κρατών προσδίδουν κεντρική θέση στο μαθηματικό πρόβλημα. Η ανάπτυξη της ικανότητας επίλυσης προβλημάτων αποτελεί κεντρικό στόχο της διδασκαλίας των μαθηματικών και αποτελεί αντικείμενο διδασκαλίας σε όλες τις τάξεις. Στην Τετάρτη όμως τάξη στηρίζεται στην οργάνωση και επεξεργασία των δεδομένων, η οποία διδάσκεται ρητά. Η ενασχόληση του μαθητή με το μαθηματικό πρόβλημα επιβάλλει την επιστράτευση των γνώσεων και δεξιοτήτων του και παράλληλα προάγει τη δημιουργικότητά του. Στα καινούργια βιβλία η αντίληψη για το τι συνιστά μαθηματικό πρόβλημα, με ποιο τρόπο προσεγγίζεται και ποιοι είναι οι επιδιωκόμενοι διδακτικοί στόχοι είναι πολύ διαφορετική από την «παραδοσιακή» προσέγγιση στην επίλυση του προβλήματος.

Μέσα από την επίλυση προβλήματος αναδεικνύεται η εφαρμοσιμότητα των μαθηματικών. Πιο συγκεκριμένα μέσω των προβλημάτων επιτυγχάνεται η σύνδεση των μαθηματικών με πραγματικές καταστάσεις και η ανάδειξη του ρόλου τους ως

εργαλείο για τη διατύπωση και την αντιμετώπιση καταστάσεων από άλλες επιστημονικές περιοχές.

Συγκεκριμένα στο κεφάλαιο 14 διδάσκουμε τη διαχείριση προβλημάτων (Προτεινόμενος χρόνος διδασκαλίας 2 διδακτικές ώρες)

Στο κεφάλαιο αυτό ο μαθητής καλείται:

- να επεξεργαστεί ανοιχτά προβλήματα με περισσότερες από μια λύσεις
- να αποκωδικοποιήσει, να αξιολογήσει και να αξιοποιήσει πληροφορίες που δίνονται από διαφορετικές πηγές (κείμενο, εικόνα, διάγραμμα)
- να οργανώσει τα δεδομένα σε σχεδιάγραμμα και δενδροδιάγραμμα
- να διατυπώσει ενδιάμεσα ερωτήματα
- να διερευνήσει συστηματικά τις διαφορετικές περιπτώσεις
- να χρησιμοποιήσει εναλλακτικές στρατηγικές υπολογισμού/ επίλυσης
- να εργαστεί ατομικά και ομαδικά, να καταλήξει σε συμπεράσματα, να τα εξηγήσει και να επιχειρηματολογήσει.

Τα προβλήματα του κεφαλαίου αυτού, όπως και των άλλων είναι μέσα από την καθημερινή ζωή και έχουν νόημα για τα παιδιά. Δύο από τους ήρωες του βιβλίου η Ηρώ και η Στέλλα πρωταγωνιστούν στις δραστηριότητες, κάνουν υποθέσεις και προτείνουν διαφορετικούς τρόπους υπολογισμού / επίλυσης του προβλήματος.

Τα βήματα της σκέψης, τόσο του εκπ/κού, όσο και των μαθητών κατά την πορεία της διδασκαλίας και της μάθησης, δηλαδή οι μεθοδολογικοί στόχοι που αποτελούν τις φάσεις της διδασκαλίας, στο κεφάλαιο 14, όπως και στα άλλα κεφάλαια του βιβλίου των μαθηματικών της Δ΄ Τάξης, είναι τα εξής:

α) Ο έλεγχος των προαπαιτούμενων γνώσεων από το δάσκαλο και τους μαθητές με εργασίες που φτιάχνει μόνος του ο δάσκαλος ή υποδεικνύονται στο Βιβλίο του Δασκάλου. Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο πριν από την εισαγωγή στο νέο κεφάλαιο πρέπει να γίνει έλεγχος, αν οι μαθητές γνωρίζουν να αξιολογούν και να οργανώνουν δεδομένα, αν γνωρίζουν τον πολλαπλασιασμό και τη διαίρεση των φυσικών αριθμών, αν γνωρίζουν τις τεχνικές σύντομης διαίρεσης και πολλαπλασιασμού με πολλαπλάσια του 10 και την έννοια της περιμέτρου. Ο έλεγχος θεωρείται αρχική αλλά και τελική φάση της διδασκαλίας. Ως αρχική φάση εμπίπτει στη διαγνωστική αξιολόγηση που προηγείται κάθε διδασκαλίας και τα αποτελέσματα της οδηγούν κάποιες φορές σε επανορθωτική διδασκαλία και ως τελική φάση εμπίπτει στη τελική αξιολόγηση που τα αποτελέσματα και αυτής οδηγούν κάποιες φορές σε επανορθωτική διδασκαλία. Ο έλεγχος των προαπαιτούμενων γνώσεων μπορεί να γίνει με μια ή δύο ερωτήσεις ή εργασίες ή δραστηριότητες για να ελέγξουμε το επίπεδο της τάξης και αν υπάρχουν προβλήματα θα αποφασίσει ο δάσκαλος αν θα προβεί σε επανορθωτική διδασκαλία. Αμέσως μετά τον έλεγχο οι μαθητές ανοίγουν το βιβλίο τους, πηγαίνουν στο κεφάλαιο 14 και διαβάζουν τι πρέπει να μάθουν στο συγκεκριμένο κεφάλαιο, δηλαδή γνωστοποιείται στους μαθητές ο διδακτικός στόχος του κεφαλαίου. Ο διδακτικός στόχος του κεφαλαίου στο συγκεκριμένο κεφάλαιο είναι η διαχείριση του προβλήματος, αναγράφεται στην κεφαλίδα του κεφαλαίου δίπλα στον αριθμό του κεφαλαίου και γνωστοποιείται στους μαθητές από την πρώτη στιγμή με σαφήνεια και ακρίβεια για να μπορούν οι μαθητές να επικεντρώσουν τη σκέψη τους στην κατάκτηση αυτού του στόχου.

Η γνωστοποίηση του στόχου στους μαθητές τους κινεί το ενδιαφέρον τους για ανακάλυψη και μάθηση και ενεργοποιεί όλες τις νοητικές τους διεργασίες. Στο Βιβλίο του Δασκάλου αναφέρονται αναλυτικά οι επιμέρους στόχοι, οι οποίοι είναι η ανάπτυξη ικανότητας στους μαθητές να διερευνούν ανοιχτές προβληματικές καταστάσεις (διερεύνηση περιπτώσεων) και η ανάπτυξη ικανότητας στους μαθητές να διατυπώνουν ενδιάμεσα ερωτήματα που υποβοηθούν την πορεία προς τη λύση. Ο

εκπαιδευτικός αν αντιληφθεί ότι το κεφάλαιο αυτό είναι απαιτητικό για τους μαθητές τους μπορεί πριν από την εισαγωγή στο βιβλίο να οργανώσει με τους μαθητές του βιωματικές δραστηριότητες που θα προετοιμάσουν τους μαθητές του για την εισαγωγή στο νέο μάθημα.

β) Η αμόρφηση, δημιουργεί μια προβληματική κατάσταση που ενεργοποιεί έντονα τη σκέψη των μαθητών και τους προετοιμάζει ψυχολογικά για την ενεργό εμπλοκή τους στη δεύτερη φάση της διδασκαλίας. Στο νέο βιβλίο των μαθηματικών της Δ΄ Τάξης, όπως και στο κεφάλαιο 14 η αμόρφηση δίνεται υπό τύπο ερωτήσεως.

Η ερώτηση της αμόρφησης δίνει την ευκαιρία στον εκπ/κό να διερευνήσει την προηγούμενη γνώση των μαθητών του σε σχέση με το διδακτικό στόχο του κεφαλαίου και να τους εισάγει στη δραστηριότητα της ανακάλυψης / κατανόησης προετοιμάζοντας τους μαθητές να καταλήξουν στο συμπέρασμα του κεφαλαίου. Στη φάση αυτή της διδασκαλίας αξιοποιώντας την ερώτηση της αμόρφησης, οι μαθητές με τη βοήθεια του δασκάλου καλούνται να ανακαλύψουν, να αναδείξουν και να καταγράψουν τις προσωπικές τους αντιλήψεις που ήρθαν στο φως και να διερευνηθούν οι αντιλήψεις των παιδιών για το πλήθος λύσεων ενός προβλήματος. Οι μαθητές θα πρέπει να απαντήσουν χωρίς να αισθανθούν ότι κρίνονται και ο δάσκαλος αν το κρίνει απαραίτητο μπορεί να καταγράψει τις αντιλήψεις των μαθητών στον πίνακα. Αν χρειαστεί ο δάσκαλος υπενθυμίζει στους μαθητές προβλήματα με περισσότερες από μια λύσεις που έχουν συναντήσει σε προηγούμενα μαθήματα και αν δεν τα θυμούνται ανατρέχουν σε αυτά για να βοηθηθούν.

Μετά την εξαγωγή του συμπεράσματος δάσκαλος και μαθητές θα επανέλθουν στις προσωπικές αντιλήψεις των μαθητών για να ελέγξουν την εγκυρότητά τους και να αντιληφθούν οι μαθητές κατά πόσο η προσωπική τους εκτίμηση απέκλινε της ορθής, τι συνέβαλε σε αυτό, πώς μπορεί να γίνει επανεκτίμηση και τι μπορεί να τους βοηθήσει να κάνουν καλύτερες εκτιμήσεις στις προβληματικές καταστάσεις.

Ο εκπαιδευτικός έχει τη δυνατότητα να χρησιμοποιήσει τη δική του αμόρφηση με τη χρήση εικόνων, γενικών ερωτήσεων, προβληματικών καταστάσεων, η οποία κατά την κρίση του θα ανταποκρίνεται καλύτερα στις μαθησιακές, κοινωνικές και πολιτισμικές συνθήκες της τάξης του.

Με την αναζήτηση υποθετικών λύσεων – απαντήσεων, δίνεται η ευκαιρία στην ενορατική – διαισθητική σκέψη των μαθητών να ενεργοποιηθεί και αξιοποιώντας όλα τα δεδομένα της να συνθέσει υποθετικές απαντήσεις λύσεις στα αρχικά ερωτήματα – προβλήματα. Όταν οι μαθητές καλούνται να συνθέσουν υποθετικές απαντήσεις επιστρατεύουν όλες τις προηγούμενες γνώσεις τους και ενεργοποιούνται όλες οι νοητικές διεργασίες στο μέγιστο βαθμό.

γ) Ανακάλυψη – κατανόηση της νέας γνώσης από τους μαθητές, η οποία επιτυγχάνεται με την άντληση νέων πληροφοριών τη διερεύνηση και την επαλήθευση. Οι μαθητές με τη βοήθεια του δασκάλου μαθαίνουν από ποιες πηγές μπορούν να αντλήσουν τις σχετικές πληροφορίες, με ποιο τρόπο να τις επεξεργαστούν και τελικά να επιλέξουν εκείνα τα στοιχεία που τους είναι απαραίτητα για να συνθέσουν και να δομήσουν τις απαντήσεις – λύσεις. Η δραστηριότητα ανακάλυψης στο κεφάλαιο 14 είναι το πρόβλημα α & β και η εργασία 1 από το Βιβλίο του Μαθητή. Η δραστηριότητα ανακάλυψης έχει σχέση με όσα διαδραματίζονται στο σχολικό και οικογενειακό περιβάλλον των μαθητών και απαιτεί την εργασία σε ομάδες. Τα εικονίδια αποσκοπούν στη διευκόλυνση του εκπ/κού στη διαχείριση της τάξης. Υπάρχουν πριν την εκφώνηση και με αυτά γίνεται επισήμανση για τον τρόπο εργασίας των μαθητών κατά την πορεία της διδασκαλίας, τον οποίο ο εκπ/κός μπορεί να τροποποιήσει ανάλογα με τις δυνατότητες και τις ανάγκες των μαθητών του.

Ρωτάμε τους μαθητές αν είναι δυνατόν να έχουν πάρει όλα τα παιδιά της παρέας κυπελάκι . Καταγράφουμε στον πίνακα τις απαντήσεις τους διερευνώντας αν έχουν κατανοήσει το πρόβλημα. Αν χρειάζεται φτιάχνουμε στον πίνακα ένα πρόχειρο σχέδιο, ανάλογο με αυτό που προτείνεται στο βιβλίο του μαθητή και βοηθάμε τα παιδιά να κατανοήσουν το μαθηματικό υπόβαθρο του προβλήματος. Καταλήγουμε στο συμπέρασμα ότι δεν είναι δυνατόν όλα τα παιδιά να έχουν πάρει κυπελάκι. Η συστηματική διερεύνηση των περιπτώσεων ξεκινάει με την Ηρώ που το πρόβλημα το αναπαριστά με σχέδιο για να γίνει πιο κατανοητό από τους μαθητές και καταλήγει με τις ενέργειες της Στέλλας με τις οποίες το πρόβλημα μαθηματοποιείται. Οι μαθητές αξιολογούν τις απόψεις τους και τεκμηριώνουν την απάντησή τους με μια εξήγηση, γεγονός ιδιαίτερα σημαντικό, αφού δίνει τη δυνατότητα στους μαθητές να αποκτήσουν έλεγχο της μαθησιακής τους πορείας.

δ) Επισημοποίηση: Συμπέρασμα. Με την εξαγωγή του συμπεράσματος γίνεται επισημοποίηση της νέας γνώσης από το δάσκαλο.

ε) Η εφαρμογή / εμπέδωση της νέας γνώσης από τους μαθητές. Οι μαθητές αξιοποιούν με τις ασκήσεις, τις γνώσεις που έχουν κατακτήσει, τις εμπεδώνουν και με τη χρήση τις καθιστούν δυναμικές, ώστε εύκολα να μπορούν να τις αξιοποιούν στην αντιμετώπιση παρομοίων προβλημάτων. Η εφαρμογή / εμπέδωση επιτυγχάνεται με τη λύση των ασκήσεων 1, 2 & 3 από το Τετράδιο των Εργασιών. Στη φάση αυτή ο δάσκαλος ελέγχει κατά πόσο οι μαθητές άλλαξαν στάση και υιοθέτησαν το συμπέρασμα του κεφαλαίου. Αν ο δάσκαλος το κρίνει απαραίτητο μπορεί να δώσει κάποια από τις εργασίες εφαρμογής ή εμπέδωσης για το σπίτι. Στη συγκεκριμένη όμως περίπτωση, η οποία αφορά τη διαχείριση του προβλήματος, όλες οι εργασίες του Β. Μ και του Τ. Ε. καλύτερα είναι να γίνονται στην τάξη, καθώς επίσης και στις περιπτώσεις εκείνες που προτείνονται ομαδικές εργασίες.

στ) Επέκταση, κατά την οποία οι μαθητές καλούνται να λύσουν νέα πιο απαιτητικά προβλήματα στα οποία θα εφαρμόσουν τις μεταγνώσεις και τις διαδικασίες σκέψης που με κόπο απέκτησαν. Η επέκταση της νέας γνώσης γίνεται από όσους μαθητές μπορούν και επιτυγχάνεται με το πρόβλημα 4 του Τετραδίου Εργασιών. Από το Β.Δ. προτείνεται το πρόβλημα αυτό να λυθεί στην τάξη κατά ομάδες και να χρησιμοποιηθεί εποπτικό υλικό, ούτως ώστε οι μαθητές που δυσκολεύονται να βοηθηθούν και να κατορθώσουν να επεκτείνουν τις γνώσεις τους.

Όταν παρατηρούμε ότι οι μαθητές δυσκολεύονται να διαχειριστούν μια δύσκολη περίπτωση, τότε φροντίζουμε να μην αυξάνουμε το βαθμό δυσκολίας, γιατί αυτό δεν εξυπηρετεί την επίτευξη του κύριου διδακτικού μας στόχου. Αντίθετα διευκολύνουμε τους μαθητές μας με πιο απλά προβλήματα που επιτυγχάνουν τους ενδιάμεσους στόχους και μετά καταλήγουμε στη πιο απαιτητική περίπτωση. Επίσης μπορούμε να αυξήσουμε το διδακτικό χρόνο που προτείνεται προκειμένου να πετύχουμε το στόχο μας. Στο συγκεκριμένο κεφάλαιο δεν θα αναπτύξουμε αναλυτικά την έννοια του διαιρέτη, γιατί στην συγκεκριμένη περίπτωση γίνεται διαισθητική προσέγγιση της έννοιας την οποία θα διδάξουμε με συστηματικό τρόπο αργότερα.

Η χρήση του **εποπτικού υλικού** είναι ιδιαίτερα σημαντική για το σχεδιασμό και την υλοποίηση του μαθήματος. Είναι γεγονός ότι το **εποπτικό υλικό - διδακτικά εργαλεία** μπορούν να καταστήσουν το μάθημα πιο σαφές και εύληπτο, αλλά η μη ορθή χρήση τους αναιρεί τα πλεονεκτήματά τους και τις θετικές τους συνέπειες. Αναλυτικότερα δεν είναι σκόπιμη η υπερβολική χρήση τους χωρίς την κατάλληλη προετοιμασία. Επιπλέον πρέπει να χρησιμοποιούνται με μέτρο, ανάλογα με τους σκοπούς και τους στόχους που κάθε φορά τίθενται και για τους οποίους μάλιστα οι μαθητές θα πρέπει να είναι ενήμεροι. Τα διδακτικά μέσα τα οποία προτείνονται στο κεφάλαιο 14, **η αξιοποίηση της Γεωμετρίας**, καθώς και **το ηλεκτρονικό**

υποστηρικτικό υλικό βοηθούν στην καλύτερη εμπέδωση και επέκταση της διαχείρισης και επίλυσης των άτυπων προβλημάτων.

Ο έλεγχος από το δάσκαλο και τους μαθητές του μαθήματος με εργασίες που φτιάχνει ο δάσκαλος εμπίπτει στην τελική αξιολόγηση με τη διαδικασία της οποίας παρουσιάζεται η ανάγκη οι μαθητές να αποκτήσουν τη βεβαιότητα πως πράγματι πέτυχαν τους στόχους και τους σκοπούς της διδασκαλίας του μαθήματος χωρίς να παραβλέπεται και η διαμορφωτική αξιολόγηση, η οποία είναι πολύ σημαντική για την πορεία της διδασκαλίας- μάθησης. Η τελική αξιολόγηση μπορεί να γίνεται κάθε φορά με την ολοκλήρωση της διδασκαλίας του κάθε κεφαλαίου ή όταν ο δάσκαλος το θεωρεί απαραίτητο ανάλογα με τις ανάγκες της τάξης του. Επιπλέον στο τέλος της ενότητας υπάρχει κριτήριο αξιολόγησης, το οποίο αξιολογεί τους διδακτικούς στόχους της ενότητας και το οποίο μπορεί να τροποποιηθεί από το δάσκαλο ή να αντικατασταθεί με δικό του. Επίσης στο τέλος κάθε περιόδου υπάρχει φόρμα με την οποία κάθε μαθητής αξιολογείται και αξιολογεί τη συνεργασία του με τους άλλους μαθητές.

Η Αξιολόγηση είναι μια συνεχής και οργανωμένη διαδικασία που διέπει τη σωστή παιδευτική προσπάθεια και μάθηση. Η αξιολόγηση πρέπει να βοηθάει το δάσκαλο στην επισήμανση και διάγνωση των διδακτικών αναγκών του κάθε μαθητή, ώστε να οργανώσει το μάθημά του με στόχο την προσφορά της κατάλληλης θεραπευτικής εργασίας. Μπορεί, ακόμα, να συμβάλλει στην αυτοαξιολόγηση του δασκάλου, γιατί οι πληροφορίες που παρέχει δημιουργούν τις κατάλληλες προϋποθέσεις για προβληματισμό όσον αφορά την καταλληλότητα των μεθοδολογικών προσεγγίσεων που χρησιμοποιεί. Η άποψη ότι, πρώτα διδάσκουμε και μετά αξιολογούμε, πρέπει να εγκαταλειφθεί, γιατί μετατρέπει την αξιολόγηση σε τήρηση αποτελεσμάτων. Η αξιολόγηση πρέπει να γίνεται σε όλες τις φάσεις της διδασκαλίας. Η πιο αποτελεσματική αξιολόγηση, είναι η αυτοαξιολόγηση κατά την οποία οι μαθητές ελέγχουν από μόνοι τους σε τι βαθμό ανταποκρίθηκαν και προβαίνουν σε διορθωτικές παρεμβάσεις. Οι πιο αποτελεσματικές μέθοδοι αξιολόγησης είναι αυτές που βοηθούν τους μαθητές να μάθουν και, ταυτόχρονα, οι καταλληλότερες διδακτικές προσεγγίσεις είναι αυτές που παρέχουν πληροφορίες για τις μαθηματικές ικανότητες των μαθητών.

Η αξιολόγηση δεν τελειώνει με τον εντοπισμό των αδυναμιών των μαθητών. Η αξία της αξιολόγησης έγκειται στο γεγονός ότι οδηγούμαστε στην ανατροφοδότηση της διδασκαλίας μας και δίνουμε στους μαθητές την ανάλογη εργασία για να αντιμετωπίσουν αυτές τις αδυναμίες. Αν οι αδυναμίες αυτές είναι κοινές μπορούμε να δώσουμε εργασία για όλη την τάξη. Η αξιολόγηση δεν είναι η σύγκριση των επιδόσεων των μαθητών μεταξύ τους, αλλά η διαπίστωση των αναγκών του καθενός γι' αυτό θα πρέπει να χρησιμοποιούμε όχι μόνο τις γραπτές δοκιμασίες αλλά και την παρατήρηση, την αυτοαξιολόγηση και την προφορική αξιολόγηση.

Έτσι διαμορφώνεται η πορεία της δημιουργικής διδασκαλίας, του προβληματισμού και της ομαδικής συνεργασίας, η οποία δεν περιορίζει τη δημιουργική διδακτική σκέψη του εκπ/κού, αλλά του ανοίγει νέους διδακτικούς ορίζοντες στους οποίους μπορεί να ανακαλύψει νέες διδακτικές ιδέες.

Η πορεία αυτή της δημιουργικής διδασκαλίας μπορεί να λειτουργήσει ατομικά και ομαδικο-συνεργατικά. Η ομαδική εργασία-διδασκαλία συμβάλλει στην κοινωνική αγωγή και μόρφωση του παιδιού κυρίως στην κοινωνική του προσαρμογή και ιδιαίτερος στην πνευματική του ανάπτυξη. Κάνει την απόκτηση των γνώσεων περισσότερο ευχάριστη, πλουσιότερη και μονιμότερη. Μαθαίνει επίσης το παιδί «πώς να μαθαίνει» καλύτερα. Επιτρέπει στους μαθητές εργασίες που ανταποκρίνονται στην ικανότητά τους. Τους δίνει την ευκαιρία να αναλάβουν οι ίδιοι

πρωτοβουλίες. Έτσι αναπτύσσεται η ενεργητικότητα και η δημιουργική τους δραστηριότητα, η εμπιστοσύνη στον εαυτό τους και η κριτική τους σκέψη. Οι ομαδικές εργασίες σαν μια νέα μορφή διδασκαλίας διαφοροποιούν τη σχολική τάξη και κάπως τη χαλαρώνουν στην τελική τους όμως φάση της ανακοίνωσης των αποτελεσμάτων, την ξαναενώνουν. Η συζήτηση που ακολουθεί μετά την ανακοίνωση των αποτελεσμάτων των εργασιών των ομάδων αναπτύσσει στην ομάδα τις καλύτερες δυνάμεις της. Η γενική τοποθέτηση της τάξης, ο έπαινος και η κριτική αυξάνουν την όρεξη των μαθητών για δημιουργία, χωρίς σύνδεσμο όμως με την τάξη η ομαδική εργασία παραμένει ένα κενό και χωρίς νόημα παιχνίδι. Η ομαδική εργασία ανταποκρίνεται στον ιδιαίτερο ρυθμό εργασίας και μάθησης του κάθε μαθητή και αποκτά την πλήρη μορφωτική της δύναμη. Η ομαδική εργασία θεωρητικά θεμελιωμένη από παιδαγωγική, ψυχολογική και διδακτική άποψη ανοίγει τον απευθείας δρόμο με το μορφωτικό αγαθό που είναι ο δρόμος της φυσικής μάθησης και διευκολύνει την εφαρμογή της διδακτικής αρχής της αυτενέργειας και το πλέγμα των κοινωνικών σχέσεων θέτει τις δυνάμεις του στην υπηρεσία της διδασκαλίας.

Το βασικό χαρακτηριστικό της πορείας της δημιουργικής διδασκαλίας είναι η «μαθητοκεντρικότητά της» που σημαίνει είτε ατομική μαθησιακή ενεργοποίηση των μαθητών είτε συνεργατική ενεργοποίηση, η οποία είναι αποτελεσματικότερη της ατομικής. Προτείνεται στο Βιβλίο του Μαθητή τότε ενδείκνυται οι μαθητές να δουλέψουν ομαδικά ανά δυάδες ή ομαδικά με περισσότερα από δύο άτομα. Ο δάσκαλος όμως μπορεί να επιλέξει τον τρόπο με τον οποίο θα εργαστούν οι μαθητές του ανάλογα με τις ανάγκες τους και τις δυνατότητές τους.

Ο εκπ/κός, για να πετύχει τους παιδαγωγικούς σκοπούς της μαθητοκεντρικής διαδικασίας διδασκαλίας-μάθησης, θα πρέπει να εφαρμόζει τις δυο σύγχρονες διδακτικές αρχές: α) την εργασιοδυναμική μάθηση και β) τη συνεργατική μάθηση.

Κατά την πρώτη, ο μαθητής βιώνει εσωτερικά έντονα την πράξη της μάθησης και, μέσω της βίωσης, εσωτερικοποιεί το αντικείμενο και ταυτίζεται με αυτό και κατά τη δεύτερη το αντικείμενο της μάθησης γίνεται αντικείμενο σύσκεψης, ανταλλαγής απόψεων, αλληλοσυμπλήρωσης, αλληλοεπίδρασης, με αποτέλεσμα την απόκτηση μιας πληρέστερης γνώσης και μιας κοινωνικής και παιδαγωγικής αλληλεπίδρασης με πολύ θετικά παιδαγωγικά αποτελέσματα.

Έτσι, το σχολείο, από τόπος μάθησης, γίνεται εργαστήριο γνώσης και προετοιμάζει τους μαθητές για τη ζωή.

Η διαδικασία επίλυσης προβλημάτων συμβάλει στην ανάπτυξη της κριτικής και δημιουργικής σκέψης, εφόσον κάθε λύση ενός προβλήματος απαιτεί την ενεργοποίηση της κριτικής σκέψης, και για το μαθητή κάθε λύση είναι μια νέα σύνθεση, είναι κάτι το νέο, το πρωτότυπο, μια νέα δομή που δεν προϋπήρχε στη γνωστική συνείδησή του. Ο δάσκαλος με τις οργανωτικο- διδακτικές του δραστηριότητες εξασφαλίζει τη συνοχή μεταξύ θεωρίας και πράξης, υλοποιεί τους σκοπούς και τους στόχους της διδασκαλίας των μαθηματικών και καθιστά αποτελεσματική τη διδακτική πραγματικότητα.

Η ζητούμενη πορεία διδασκαλίας, η οποία, εφαρμόζεται περισσότερο στα νέα βιβλία, έχει ως άξονά της τη διδακτική διαδικασία του προβληματισμού και την ομαδοκεντρική διαδικασία μάθησης.

Ο ρόλος του σημερινού δασκάλου έχει υπερβεί κατά πολύ το επίπεδο του τεχνίτη που ακολουθούσε προδιαγεγραμμένες αρχές και εφαρμόζε απλά δεδομένες και σταθερές τεχνικές διδασκαλίας. Τώρα το ζητούμενο είναι ο δάσκαλος να είναι και να ενεργεί ως επιστήμονας παιδαγωγός, που είναι σε θέση να αναλύει συστηματικά τη διδασκαλία, να ερευνά και να αναστοχάζεται με κριτική διάθεση, να αμφισβητεί και να αιτιολογεί με τεκμηρίωση τις επιλογές του.

Επομένως, είναι θέμα του εκπ/κού να προσπαθήσει να αλλάξει νοοτροπία, να αλλάξει ρότα η σκέψη του, να αποκτήσει σχετικές γνώσεις που θα καθοδηγούν τη σκέψη του στη διδακτική πράξη, να προσπαθήσει να τις εφαρμόσει και να διαθέτει υπομονή και επιμονή, γιατί δεν είναι εύκολο οι μαθητές, από τη μια μέρα στην άλλη, να αλλάζουν παγιωμένους τρόπους μάθησης.

ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

- Βρεττός, Ι. Καψάλης, Α., Αναλυτικά Προγράμματα, Αθήνα 1997
- Δημητρακόπουλος, Δ., Καινοτόμες προσεγγίσεις των μαθηματικών μέσα από εφαρμογές, Εκδ. Προμηθεύς, Θεσσαλονίκη 2000.
- Εξαρχάκος, Θ., Διδακτική των Μαθηματικών, Εκδ. Ελληνικά Γράμματα, Αθήνα 1993.
- Καψάλης, Α. & Χαραλάμπους, Δ., Διδακτικά Εγχειρίδια, εκδ. Έκφραση, Αθήνα 1995.
- Κολέζα, Ε., Μακρής και Σούρλας, Κ., Θέματα διδακτικής των Μαθηματικών. Διδακτικοί Στόχοι- Ταξινομίες- Δραστηριότητες, 1993.
- Λεμονίδης, Χ., Μια νέα πρόταση διδασκαλίας των Μαθηματικών στις πρώτες τάξεις του Δημοτικού Σχολείου, Εκδ. Πατάκη, Αθήνα 2003.
- Λεμονίδης, Χ., Περίπατος στη Μάθηση της Στοιχειώδους Αριθμητικής, Εκδ. Κυριακίδη Θεσσαλονίκη.
- Ματσαγγούρας, Η., Η σύνθεση της ομάδας. Ανοιχτό Σχολείο. τ.χ. 19, (1988).
- Ματσαγγούρας, Η., Στρατηγικές διδασκαλίας: Η κριτική σκέψη στη διδακτική Πράξη, Εκδ. Gutenberg, Αθήνα.2000
- Ματσαγγούρας Η., Η σχολική τάξη, Αθήνα 1999
- Μπονίδης Κ. & Χοντολίδου Ε., «Έρευνα Διδακτικών Εγχειριδίων: από την Ποσοτική Ανάλυση Περιεχομένου σε Ποιοτικές Μεθόδους Ανάλυσης – Το παράδειγμα της Ελλάδας» στο Βάμβουκας, Μ.Ι. & Χουρδάκης Α.Γ. (επιμ.) *Πρακτικά Ζ' Διεθνούς Συνεδρίου της Παιδαγωγικής Εταιρείας Ελλάδας*, εκδ. Ελληνικά Γράμματα, Αθήνα 1997.
- Πηγάκη Π., Προετοιμασία – Σχεδιασμός και Αξιολόγηση της Διδασκαλίας, Εκδ. Γρηγόρης, Αθήνα 1998.
- Τριλιανός Θ., Η μεθοδολογία της διδασκαλίας, τομ. Α' & Β' Αθήνα.
- Bruner J. (1966). *The Process of Education*. Harvard University Press, Cambridge.
- Hartley J., *Designing Instructional Text*, Kogan Page Ltd, London 1998.
- Reusser.K. Every word problem has a solution – The social rationality of mathematical modeling in schools .*Learning and Instruction*, 7,309-327.(1997)

Δρ. Χολέβα – Φιλιππούλου Ειρήνη