

## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β΄ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

### Σχέδιο μαθήματος

(Διδακτική προσέγγιση με βάση το διδακτικό πακέτο των Μαθηματικών της Β΄ τάξης Δημοτικού)

Παναγιώτης Κ. Γαλάνης: Κριτής-Αξιολογητής Λογισμικού Α΄ & Β΄ τάξης

## Κεφάλαιο 7 «Το μισό και το ολόκληρο»

**Κύρια γνωστική περιοχή: Αριθμοί και πράξεις.**

(Ενδεικτικός χρόνος διδασκαλίας: 2 διδακτικές ώρες)

### 1. Κύριος διδακτικός στόχος

Οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να βρίσκουν το μισό μιας ποσότητας και ενός αριθμού.

**Αναλυτικά.** Οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να:

- Κάνουν δίκαιη μοιρασιά χωρίς να περισσεύει τίποτα.
- Αξιοποιούν το μισό για την εύρεση του ολόκληρου.
- Συνεργάζονται με το διπλανό τους για την επίτευξη μιας δραστηριότητας.
- Επιλύουν προβλήματα με το μισό.

### 2. Εμπλεκόμενοι άξονες. Επιπλέον της διαδικασίας κατανόησης του μισού και του ολόκληρου μπορεί να προστεθούν οι άξονες: πρόβλημα, γεωμετρία, μοτίβο, μετρήσεις.

### 3. Προαπαιτούμενες γνώσεις και δεξιότητες – Έλεγχος

Οι μαθητές πρέπει να μπορούν να:

- Κάνουν δίκαιη μοιρασιά (1-1, 2-2 κλπ).
- Κάνουν ανάλυση ενός αριθμού σε δεκάδες και μονάδες.
- Μπορούν να συνεργάζονται σε ομάδες των δύο.

### 4. Έλεγχος

Ζητάμε από τα παιδιά να μας δείξουν:

- Όλα τα δάχτυλα των χεριών τους και στη συνέχεια να δείξουν τα μισά.
- Ανά δύο παιδιά να μας δείξουν:
  - 8 δάχτυλα (τα μισά ο ένας και τα μισά ο άλλος).
  - 6 δάχτυλα (τα μισά ο ένας και τα μισά ο άλλος).
  - 20 δάχτυλα (τα μισά ο ένας και τα μισά ο άλλος).
  - 16 δάχτυλα (τα μισά ο ένας και τα μισά ο άλλος).

### 5. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία

Χάρακας, γεωμετρικά σχήματα από το παράρτημα, κυβάκια ή ξυλάκια αρίθμησης, κορδόνι με χάντρες.

### 6. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δεν θα αναπτυχθούν αναλυτικά (θα αναπτυχθούν σε επόμενα κεφάλαια).

α. Δεν ζητάμε το μισό ή το διπλάσιο αριθμών με ψηφίο μονάδων διαφορετικού του 0.

Δεν πρέπει να γίνει σύνδεση με το ένα τέταρτο.

### 7. Ροή διδασκαλίας.

#### 1<sup>η</sup> διδακτική ώρα

Α΄ Φάση: Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων

Σηκώνουμε ένα μαθητή στον πίνακα και του δίνουμε να κρατάει 20 χρώματα.

Τα μετράει. Έπειτα σηκώνουμε δύο μαθητές στον πίνακα και ζητάμε στο

μαθητή με τα 20 χρώματα να τους τα μοιράσει δίκαια, δηλ. όσα θα πάρει ο ένας να πάρει και ο άλλος. Μετά τη μοιρασιά όσα χρώματα θα έχει ο ένας θα πρέπει να έχει κι ο άλλος.

ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ ΓΑΛΑΝΗΣ

Σελίδα 2

10/6/2006

Σχολικός Σύμβουλος

Το ίδιο επαναλαμβάνεται χρησιμοποιώντας άλλο εποπτικό υλικό. Για να κατανοήσουμε αν οι μαθητές μας γνωρίζουν και έχουν εμπεδώσει την ανάλυση ενός αριθμού σε δεκάδες και μονάδες, ζητάμε από τους μαθητές να μας πουν διψήφιους αριθμούς μέχρι το 20 και τους γράφουμε στον πίνακα. Με τη στρατηγική της ζωγραφικής ζωγραφίζουμε με διαφορετικό χρώμα τις δεκάδες και με διαφορετικό χρώμα τις μονάδες. Βάζουμε τις δεκάδες σε ένα σακουλάκι και τις μονάδες σε άλλο. Ζητάμε από τους μαθητές να κάνουν παρόμοιο παιχνίδι με το διπλανό τους.

Β΄Φάση:

- Ερώτηση αφόρμησης  
Με βάση όλα όσα αναφέρθηκαν στον έλεγχο των προαπαιτούμενων γνώσεων οι μαθητές δίνουν συγκεκριμένες στρατηγικές που μπορούν να χρησιμοποιηθούν για την κατανόηση του μισού και του ολόκληρου.

Γ΄Φάση

- Δραστηριότητα-ανακάλυψη  
Τα παιδιά διαβάζουν από το Β.Μ. (ή το διαβάζουμε εμείς) τη δραστηριότητα-ανακάλυψη και τίθεται το πρόβλημα να χωρίσουμε τη σοκολάτα σε δύο μέρη. Τα παιδιά συνεργάζονται με το διπλανό τους και βρίσκουν τους 4 τρόπους για να χωριστεί η σοκολάτα στη μέση.  
Το ίδιο επαναλαμβάνεται με τρεις τρόπους ή αν υπάρχει χρόνος προτείνεται και άλλος τρόπος ο οποίος γράφεται στον πίνακα.  
Χρωματίζουμε με κόκκινο το μισό. Αναδεικνύουμε στην τάξη την έννοια του μισού σε σχέση με το ολόκληρο.

Δ΄Φάση

- Επισήμοποίηση της νέας γνώσης-συμπέρασμα (Β.Μ.)  
Για να επισήμοποιήσουμε τη νέα γνώση πηγαίνουμε στο Β.Μ. και κάνουμε μαζί με τα παιδιά τις εργασίες 1 και 2. Στην εργασία 1 από το Β.Μ. τα παιδιά παρατηρούν όλα τα καπάκια και μετρώντας βρίσκουν πόσα είναι.  
Με τη στρατηγική της ζωγραφικής χρωματίζουν τα μισά. Στην εργασία 2 από το Β.Μ. τα παιδιά εργάζονται με βιωματικό τρόπο.  
Παρόμοιο πρόβλημα βιωματικού χαρακτήρα ο δάσκαλος μπορεί να σκεφτεί με τα παιδιά της τάξης του. Οι μαθητές της τάξης είναι αγόρια και τα μισά κορίτσια. Αν τα αγόρια είναι 12
  - Πόσα είναι τα κορίτσια;
  - Πόσα είναι όλα τα παιδιά της τάξης;

Επίσης τέτοια προβλήματα μπορεί να κάνουν οι μαθητές ανά δύο, αν υπάρχει αρκετός χρόνος.

Η πρώτη διδακτική ώρα ολοκληρώνεται με το συμπέρασμα.

Συμπέρασμα: Από το Β.Μ. τα παιδιά συμπληρώνουν και διαβάζουν μαθαίνοντας το συμπέρασμα του μαθήματος «μισό και ολόκληρο», χωρίς να το μάθουν απέξω αλλά να το επαναλάβουν πολλές φορές ώστε να

συγκρατήσουν τη διαδικασία και τις στρατηγικές και να μπορούν να ανατρέξουν όταν κάτι σχετικό χρειαστούν.

Στη συνέχεια περνάμε στις εργασίες β και γ του Τ.Ε. Ζητάμε από τα παιδιά να μας εξηγήσουν τη στρατηγική που ακολούθησαν για να απορρίψουν το λάθος μισό σχήμα. Από την εργασία δ του Τ.Ε. διαλέγουμε το 5<sup>ο</sup> και ζητάμε από τα παιδιά να βρουν στρατηγικές για να το χωρίσουν στη μέση. Με τον ίδιο τρόπο κάνουμε στον πίνακα τον αριθμό 70. Την υπόλοιπη άσκηση τη συνεχίζουν οι μαθητές στο σπίτι τους.

ΠΑΝΑΓΙΩΤΗΣ ΓΑΛΑΝΗΣ

Σελίδα 3

10/6/2006

Σχολικός Σύμβουλος

### Ε΄ Φάση

#### Εφαρμογή

Για το σπίτι οι μαθητές μπορεί να έχουν την εργασία δ από το τετράδιο εργασιών. Στην εργασία αυτή οι μαθητές παρατηρώντας προσεκτικά, βρίσκουν στρατηγικές για να χωρίσουν στη μέση τους αριθμούς.

Θα πρέπει να βρουν τον κανόνα-συμπέρασμα και να τον εφαρμόσουν. Αυτό φανερώνει τη δυνατότητα που θα έχουν οι μαθητές να βρίσκουν στρατηγικές για την αντιμετώπιση του προβλήματος.

### 2<sup>η</sup> διδακτική ώρα

#### Γ΄ Φάση (έλεγχος γνώσεων)

Ο έλεγχος γνώσεων των μαθητών γίνεται με την εργασία α του Τ.Ε. (Βιωματική προσέγγιση).

Το κάθε παιδί κόβει από το παράρτημα του Τ.Ε. τα γεωμετρικά σχήματα από χαρτόνι. Ακολουθούν τις οδηγίες για να φτιάξουν το μισό κάθε σχήματος. Οι διπλώσεις πρέπει να γίνουν κανονικά, ώστε κάθε σχήμα να χωριστεί ακριβώς στη μέση.

Συζήτηση στην τάξη για το τι σχήμα είναι το κάθε μισό.

#### Ε΄ Φάση

#### Εφαρμογή-Εμπέδωση

Είναι μια εναλλακτική διδακτική προσέγγιση, όπου το πρόβλημα μπορεί να γίνει βιωματικά και να προσαρμοστεί στο πλήθος των παιδιών της τάξης. Μπορεί ο δάσκαλος να φτιάξει ένα σχετικό πρόβλημα με τα παιδιά και να το γράψει στον πίνακα.

#### ΣΤ΄ Φάση

#### Επέκταση

Τα παιδιά μπορούν να λύσουν την άσκηση με εποπτικό υλικό αν θέλουν π.χ. κυβάρια. Είναι μια εργασία επέκτασης. Μπορούν να χρησιμοποιήσουν αντί για κύκλο τετράγωνο.

### **Εναλλακτικές ή επιπλέον διδακτικές προσεγγίσεις.**

- Κάνουν επιπλέον δενδροδιαγράμματα με διψήφιους αριθμούς βρίσκοντας το μισό.
- Χρησιμοποιούν εποπτικό υλικό για βιωματική προσέγγιση. Καλούνται να κάνουν προβλήματα με βάση το μισό και το ολόκληρο.

### **Βιβλιογραφία**

- Π.Δ. ΦΕΚ τεύχος, Β', αρ. φύλ. 303/13-03-2003.
- Π.Δ. ΦΕΚ τεύχος, Β', αρ. φύλ. 304/13-03-2003.
- Π.Ι. ΥΠΕΠΘ, Διδακτικό πακέτο Μαθηματικών Β' Δημοτικού (Γ. Καργιωτάκης, Ν. Μπελίτσου, Α. Μαραγκού, Β. Σοφού).
- Τύπας Γ. Εισήγηση στην υπ' αρ. 9/11-07-2001, Συνεδρία του Τμήματος Α/θμιας Εκπ/σης του Π.Ι.
- Λεμονίδης Χ. Μια νέα πρόταση διδασκαλίας των Μαθηματικών στις πρώτες τάξεις του Δημοτικού Σχολείου, Εκδ. Πατάκη, Αθήνα 2003.
- Π.Ι. Επιμορφωτικό υλικό Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης (Επιμόρφωση Σχολικών Συμβούλων και Εκπαιδευτικών Α' θμιας και Προσχολικής Εκπ/σης στο ΔΕΠΠΣ και τα ΑΠΣ), Αθήνα 2005.

## ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Β΄ ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ

### Σχέδιο μαθήματος

(Διδακτική προσέγγιση με βάση το πακέτο των Μαθηματικών της Β΄ τάξης Δημοτικού).

Συγγραφική ομάδα: Γ. Καργιωτάκης, Α. Μαραγκού, Ν. Μπελίτσου, Β. Σοφού.

*Του Ιωάννη Β. Ζιάργκα, Υπεύθυνου Υποέργου, Διευθυντή 3<sup>ου</sup>  
Δημοτικού Σχολείου Χαλανδρίου*

#### Εισαγωγικά - Σχεδιασμός της διδασκαλίας

Η επιτυχία της διδασκαλίας ως ένα βαθμό εξασφαλίζεται και από τον κατάλληλο σχεδιασμό της. Το διδακτικό πακέτο «Μαθηματικά Β΄ Δημοτικού» φιλοδοξεί προς τούτο να αποτελεί τη βάση για το σχεδιασμό της διδασκαλίας από τον διδάσκοντα (ΥΠΕΠΘ/Π.Ι., Βιβλίο δασκάλου σελ.13). Κρίνεται λοιπόν απαραίτητο επιπλέον της μελέτης των στόχων και των ενδεικτικών δραστηριοτήτων που περιλαμβάνονται στο ΔΕΠΠΣ και στα ΑΠΣ των Μαθηματικών, ο διδάσκων να προετοιμαστεί και να σχεδιάσει κατάλληλα τη διδακτική του νέου κεφαλαίου με βάση το διδακτικό εγχειρίδιο με:

α. Τη μελέτη του κύριου διδακτικού στόχου, όπως παρατίθεται στο Βιβλίο του Δασκάλου καθώς και των δευτερευόντων στους οποίους αναλύεται ο κύριος διδακτικός στόχος.

β. Τη μελέτη των εναλλακτικών διδακτικών προσεγγίσεων. Οι εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις εκτός από επιπλέον δραστηριότητες, είναι δυνατό να αντικαταστήσουν εργασίες, ακόμη και τη δραστηριότητα – ανακάλυψη, όταν αυτή δεν ανταποκρίνεται στα ενδιαφέροντα των μαθητών και τη δυναμική της τάξης.

γ. Τη δυνατότητα διαθεματικής προσέγγισης της νέας γνώσης.

δ. Τη χρήση του εποπτικού υλικού.

ε. Τον προκαθορισμό των κατ' οίκον εργασιών, εφόσον προκύψει η αναγκαιότητά τους, απ' την αξιολόγηση του βαθμού ικανοποίησης των στόχων.

στ. Τον προκαθορισμό των δραστηριοτήτων με τις οποίες θα προβεί σε αξιολόγηση – έλεγχο των προϋπαρχουσών γνώσεων, δεξιοτήτων και προσωπικών αντιλήψεων των μαθητών και

ζ. Τη διάκριση των εργασιών ως προς εργασίες: εμπέδωσης, εφαρμογής, εμβάθυνσης και επέκτασης.

Ακόμη σημαντική θέση στο σχεδιασμό της διδασκαλίας και στην υλοποίησή της έχει η αξιολόγηση. Τόσο η αρχική με τον έλεγχο των προϋπαρχουσών γνώσεων, δεξιοτήτων και αντιλήψεων, όσο και η διαμορφωτική καθ' όλη τη διάρκεια της διδασκαλίας. Η αξιολόγηση αφορά στην κατάκτηση βασικών γνώσεων και δεξιοτήτων που αναπτύχθηκαν στην τάξη και κατακτήθηκαν από τους μαθητές. Ο διδάσκων δε από την πλευρά του μπορεί να διαπιστώσει την αποτελεσματικότητα των διδακτικών και των παιδαγωγικών του ενεργειών, προκειμένου να προβεί στις απαραίτητες κινήσεις προς βελτίωση της όλης διαδικασίας (ΥΠΕΠΘ/Π.Ι., Βιβλίο δασκάλου σελ.15).

Κατά τη διάρκεια οποιασδήποτε μορφής αξιολόγηση λαμβάνουμε πάντα υπόψη τις συνθήκες κάτω από τις οποίες εργάζονται οι μαθητές, αν εργάζονται ατομικά ή ομαδικά, αν τους δόθηκε η ευκαιρία για ανατροφοδότηση και διόρθωση κ.λπ. (ΔΕΠΠΣ- ΑΠΣ, 2002,368)

#### Υλοποίηση

##### Κεφάλαιο 35. Υπολογίζω με κάθετη αφαίρεση με δανεικό (α)

1. Ενδεικτικός χρόνος διδασκαλίας: 2 διδακτικές ώρες.

Ο χρόνος διδασκαλίας που προτείνεται από τη συγγραφική ομάδα είναι οι δύο διδακτικές ώρες. Η παρακάτω ανάλυση, η απαίτηση του μαθήματος όπως προκύπτει από τη διδασκαλία στην πράξη (στόχος βέβαια είναι να αρθούν οι όποιες δυσκολίες αφού οι μαθητές θα γνωρίζουν αρκετές στρατηγικές υπολογισμού και οι κάθετες πράξεις θα έρχονται ως φυσικό επακόλουθο) και η προσωπική εφαρμογή σε δύο τμήματα (είναι αλήθεια πως δεν μπορεί να αποτελέσει δείγμα), δείχνουν πως η χρονική διάρκεια είναι οριακή. Ο διδάσκων όμως έχει την ευχέρεια να σχεδιάσει (στα πλαίσια και των χαρακτηριστικών της αυτενέργειας και της ευελιξίας του ρόλου του, ΥΠΕΠΘ/Π.Ι., Βιβλίο δασκάλου σελ.12) τη διδασκαλία του διαφορετικά, όπως εξάλλου και στα εισαγωγικά αναφέρεται, με βάση τους στόχους και τη δυναμική της τάξης και να διαθέσει τον απαιτούμενο χρόνο, ώστε να κατανοήσουν οι μαθητές του σε βάθος τον αλγόριθμο της κάθετης αφαίρεσης. Το επόμενο δε μάθημα θα δώσει μια ακόμη ευκαιρία για βαθύτερη κατανόηση, γι' αυτό είναι απαραίτητο ο σχεδιασμός της διδασκαλίας να γίνει με βάση τους στόχους και των δύο κεφαλαίων.

## **2. Κύριος διδακτικός στόχος**

Οι μαθητές να είναι ικανοί να κατανοήσουν τον αλγόριθμο της κάθετης αφαίρεσης με δανεικό και να τη χρησιμοποιούν ως μια από τις στρατηγικές υπολογισμού αποτελέσματος

**Αναλυτικά.** Οι μαθητές θα πρέπει να μπορούν να :

- α. Επαληθεύουν με τον κάθετο άβακα κάθετες αφαιρέσεις διψήφων με μονοψήφιο ή διψήφιο με δανεικό
- β. Βρίσκουν το λάθος σε μια κάθετη αφαίρεση με δανεικό και να το διορθώνουν.
- γ. Συμπληρώνουν τους αριθμούς που λείπουν σε μια κάθετη αφαίρεση με δανεικό
- δ. Μετατρέπουν οριζόντιες αφαιρέσεις σε κάθετες.
- ε. Συνεργάζονται σε ομάδες των τεσσάρων μελών (ο συγκεκριμένος στόχος αν και μη γνωστικός, συμπεριλαμβάνεται καθόσον αποτελεί μέσον για την ικανοποίηση των άλλων γνωστικών στόχων).

## **3. Προαπαιτούμενες γνώσεις**

- α. Να αναλύουν ένα διψήφιο αριθμό σε μονάδες και δεκάδες και να μπορούν να βάζουν πάνω από κάθε ψηφίο την αξία του (Μ για μονάδες – Δ για δεκάδες).
- β. Να ανταλλάσσουν μια δεκάδα με 10 μονάδες και αντιστρόφως.
- γ. Να μπορούν να συνεργάζονται σε ομάδες των 2 ή 4 μελών

## **4. Διαφορετικοί άξονες όπου αναπτύσσεται ο κύριος διδακτικός στόχος.**

Αριθμοί και πράξεις, μετρήσεις (ευρώ), επίλυση προβλήματος

## **5. Μαθηματικές έννοιες που εμφανίζονται στο κεφάλαιο και δε θα αναπτυχθούν αναλυτικά (γιατί θα αναπτυχθούν αναλυτικά σε επόμενα κεφάλαια).**

Τα χαρτονομίσματα του ευρώ και οι ανταλλαγές τους.

## **6. Εποπτικό υλικό – Διδακτικά εργαλεία.**

Άβακας , κυβάκια ή ξυλάκια αρίθμησης, όσπρια, πίνακας, αριθμογραμμή, ψεύτικα ευρώ, χαρτί με τετραγωνάκια

## **7. Ενδεικτικό διάγραμμα διδασκαλίας**

### **1<sup>η</sup> διδακτική ώρα**

#### **Α' φάση :**

Αρχική αξιολόγηση - Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων

Οι μαθητές εργαζόμενοι σε ομάδες (τουλάχιστον ανά δύο) λύνουν το παρακάτω πρόβλημα :

Η Ελένη είχε 46 κέρματα του ευρώ αξίας 1 λεπτού το καθένα.

- α. Με πόσα κέρματα των 10 λεπτών μπορεί να τα ανταλλάξει ; Πόσα λεπτά θα της μείνουν ;

Κάθε ομάδα θα χρησιμοποιήσει ψεύτικα κέρματα του ευρώ. Γι' αυτό τα φωτοτυπούμε απ' την καρτέλα του βιβλίου με τα νομίσματα του ευρώ, ώστε να έχει κάθε ομάδα όσα χρειάζεται. Ανταλλάσσουν 10 κέρματα του 1 λεπτού με ένα των 10 λεπτών (ανταλλάσσουν συνολικά 40 λεπτά με 4 κέρματα των 10 λεπτών) και κάνουν 4 δεκάδες, μένουν δε 6 μονάδες (6 κέρματα του ενός λεπτού). Γράφουν στον άβακα :

|   |   |
|---|---|
| Δ | Μ |
| 4 | 6 |

β. Αν ξόδεψε 9 λεπτά για ένα αυτοκόλλητο, πόσα λεπτά της έμειναν :

Η κάθε ομάδα περιγράφει τη στρατηγική της. Βγάζουμε τα 6 λεπτά από τα 6 που έχουμε στις μονάδες και τα άλλα 3 από μια δεκάδα. (1 κέρμα των 10 λεπτών το ανταλλάσσουν με 10 κέρματα του ενός λεπτού). Η αριθμογραμμή μπορεί να δώσει πρόσθετη βοήθεια.

### **Β' φάση:**

Ερώτηση αφορμής: Πώς μπορούμε να αφαιρέσουμε κάθετα έναν αριθμό από έναν άλλον;

Οι μαθητές με βάση την προηγούμενη στρατηγική στον έλεγχο των προαπαιτούμενων γνώσεων, κάνουν λόγο πως στην περίπτωση αυτή πρέπει να δανειστούν απ' τις δεκάδες, για να μπορέσουν να κάνουν την αφαίρεση.

### **Γ' φάση:** Δραστηριότητα – ανακάλυψη

Ο Μιχάλης ζήτησε από τους γονείς του ως δώρο για τα γενέθλιά του ψαράκια. Πήγαν μαζί να τα αγοράσουν στο κατάστημα με τα κατοικίδια ζώα.



● Πόσα κόκκινα ψαράκια ήταν στην αρχή στη γυάλα; .....  
Πόσα κόκκινα ψαράκια έμειναν μετά; Δείχνω στον άβακα.

ΔΜ  
21 = 20 + 1 ή 10 + 11 21 - 2 = ...

● Στο τέλος της μέρας οι υπάλληλοι υπολόγισαν πόσα ζώα πούλησαν:

| ψαράκια   | ακριβώς | περίπου | πουλιάκια | ακριβώς | περίπου |
|-----------|---------|---------|-----------|---------|---------|
| είχαμε    | 36      | 35      | είχαμε    | 41      | 40      |
| έμειναν   | 19      | 20      | έμειναν   | 16      | 15      |
| πούλησαμε | ...     | ...     | πούλησαμε | ...     | ...     |

Έμειναν 19 ψαράκια. Αν στρογγυλεύουμε τον αριθμό, μπορούμε να πούμε ότι έμειναν περίπου 20. Άρα, πούλησαν 16 ψαράκια περίπου, γιατί 20 + 16 = 36.

Αν είχαν μείνει 20, θα είχε πούλησει 16 ψαράκια ακριβώς. Όμως έμειναν 19, άρα πούλησε άλλο 1, δηλαδή πούλησε 16 + 1 = 17 ψαράκια.

19 + 1 = 20  
20 + 10 = 30  
30 + 6 = 36

● Αν υπολογίσουμε με ακρίβεια, από τα 19 ως τα 36 είναι:

δηλαδή πούλησαν 1 + 10 + 6 = ...

● Υπολογίζω με κάθετη αφαίρεση.

ΔΜ  
36  
-19

δηλαδή ΔΜ  
2 16  
-19

Από τα 6 δεν μπορούμε να βγάλουμε 9! Γι' αυτό παίρνω μια δεκάδα: αναλύω το 36 σε 20 + 16. Τώρα μπορώ να βγάλω τις 9 μονάδες από τις 16 μονάδες γιατί 16 - 9 = 7.

● Δείχνω στον άβακα.

ΔΜ  
36 = 30 + 6 ή 20 + 16 36 - 19 = ...

● Επιπληθεύω με πρόσθεση 17 + 19 = ...

Οι μαθητές μελετούν καλά τη λεκτική αναφορά και παρατηρούν την εικόνα. Γίνεται λόγος πως ο Μιχάλης θέλει δύο ψαράκια.

Στο πρώτο ερώτημα για το σύνολο (πόσα ψαράκια ήταν στην αρχή στη γυάλα) απαντούν με τη στρατηγική της μέτρησης και για το πόσα ψαράκια έμειναν, θα

πρέπει να το διαπραγματευτούν στον άβακα (μοντελοποίηση με άβακα), για να τονιστεί και να κατανοηθεί καλύτερα η ανταλλαγή μιας δεκάδας με 10 μονάδες. Η στρατηγική της απαρίθμησης προς τα κάτω :  $21-1-1=19$  δεν απορρίπτεται.

Στη συνέχεια μελετούν τα δεδομένα στους πίνακες. Οι πληροφορίες δεν δίνονται σε πίνακα για να προβούν αμέσως σε εκτέλεση πράξεων, παρά μόνο για άντληση πληροφοριών από πίνακα. Μπορούν μόνο να εκτιμήσουν το αποτέλεσμα που θα βρουν σε κάθε περίπτωση.

Ακολουθούν δυο στρατηγικές για την αφαίρεση:  $36-19 = \dots$

Η πρώτη στηρίζεται στο συμπλήρωμα ( $19+\dots=36$ ) και η δεύτερη στην εύρεση της διαφοράς ( $36 - 19 = \dots$ ). Και στις δύο περιπτώσεις υπολογίζουμε πρώτα νοερά με εύκολο τρόπο λέγοντας : Αν τα ψαράκια που έμειναν ήταν 20, πόσα πούλησαν; Αν χρειασθεί χρησιμοποιούμε εποπτικό υλικό (κυρίως αριθμογραμμή).

Έπειτα υπολογίζουμε και στις δυο περιπτώσεις με ακρίβεια, για να οδηγηθούμε στον αλγόριθμο της κάθετης αφαίρεσης με δανεικό. Οι μαθητές γνωρίζοντας το αποτέλεσμα επικεντρώνονται στην τεχνική. Για κάθε βήμα χρησιμοποιούμε τον άβακα (ζωγραφίζουμε στον πίνακα), για να αναδείξουμε τι είναι το δανεικό. Οι μαθητές έχουν κάνει ήδη την εκτίμηση και θα συγκρίνουν το αποτέλεσμα της κάθετης αφαίρεσης με την αρχική εκτίμηση. Είναι σημαντικό να προβούν σε επαλήθευση εφαρμόζοντας όποια στρατηγική επιθυμούν (με νοερούς υπολογισμούς ή με τον άβακα).

Η αφαίρεση  $41 - 16 = \dots$  θα γίνει στην ε' φάση, ως εφαρμογή των όσων οι μαθητές μας έμαθαν.

#### Δ' φάση:

Επισημοποίηση της νέας γνώσης.

**Συμπέρασμα**

Όταν κάνουμε υπολογισμούς με κάθετη αφαίρεση, αφαιρούμε πρώτα τις μονάδες από τις μονάδες. Αν δεν μπορούμε να το κάνουμε, αναλύουμε τον αριθμό και δανειζόμαστε 10 μονάδες από τις δεκάδες ώστε να μπορεί να γίνει η αφαίρεση.

Παράδειγμα:  $91 - 36$

|     |
|-----|
| 91  |
| -36 |
| 55  |

από το 1  
δε βγαίνει  
το 6

|     |    |
|-----|----|
| 80  | 11 |
| -30 | 6  |
| 50  | 5  |
| 55  |    |

ή

|     |    |
|-----|----|
| 8   | 11 |
| -36 |    |
| 55  |    |

Τονίζουμε (σε συζήτηση με τους μαθητές μας) την διαδικασία της κάθετης αφαίρεσης με δανεικό. Κάνουμε το παράδειγμα στον πίνακα (ο διδάσκων ή κάποιος από τους μαθητές κατά την κρίση του) για να αρθούν τυχόν δυσκολίες.

#### Ε' φάση:

Εφαρμογή. Εργασία α του Τετραδίου εργασιών.

α. Βρίσκω πόσα πουλάκια πούλησε το κατάστημα εκείνη την ημέρα.

|          |     |
|----------|-----|
| είχαν    | 41  |
| έμειναν  | 16  |
| πούλησαν | ... |

- Περίπου ....
- Υπολογίζω με το νου:

- Ελέγχω με κάθετη αφαίρεση:

Αρχικώς οι μαθητές εργάζονται μόνοι τους και ο διδάσκων βοηθάει όπου και όποτε χρειάζεται. Έπειτα η διαδικασία προβάλλεται στον πίνακα. ( Η εργασία μπορεί να ανατεθεί για κατ' οίκον εργασία).

Καθ' όλη τη διάρκεια αξιολογούμε το βαθμό κατάκτησης της τεχνικής

#### Παιχνίδι εξάσκησης

Η δραστηριότητες σε παιγνιώδη μορφή προβλέπονται στο ΔΕΠΠΣ και στα ΑΠΣ καθόσον δημιουργούν διαφορετικό μαθησιακό περιβάλλον, απαραίτητο πολλές φορές κυρίως στα Μαθηματικά.

Οι μαθητές χωρισμένοι σε ομάδες προτείνουν αφαιρέσεις σε οριζόντια μορφή και αναλαμβάνουν να τις κάνουν κάθετα στον πίνακα.

Το παιχνίδι εξάσκησης δίνει ευκαιρία σ' όλους τους μαθητές (και στον διδάσκοντα) να διαπιστώσουν τυχόν δυσκολίες και να τις εξαλείψουν (αυτοαξιολόγηση – ετεροαξιολόγηση) . Τους δίνει ακόμη την ευκαιρία να ικανοποιήσουν το στόχο να γράφουν τις οριζόντιες αφαιρέσεις κάθετα. Ο μαθητής δε που υπαγορεύει μπαίνει στη διαδικασία να σκεφθεί και να δώσει αριθμούς κατάλληλους για την περίπτωση της κάθετης αφαίρεσης με δανεικό.

Το παιχνίδι εξάσκησης δίνει μια πρώτη τάξεως ευκαιρία για διαμορφωτική αξιολόγηση, καθόσον η όλη διαδικασία εξελίσσεται με παιγνιώδη μορφή και μέσα σε πλαίσια συνεργασίας, άρα απαλλαγμένη από το υπερβολικό άγχος.

Απαιτεί όμως αρκετό χρόνο. Γι' αυτό ο διδάσκων κρίνει και αξιολογεί την όλη εξέλιξη κι αν διαπιστώσει πως υπάρχουν δυσκολίες, ίσως είναι απαραίτητο να διαθέσει επιπλέον διδακτική ώρα ή το παιχνίδι χρονικά να μοιραστεί στο τέλος της 1<sup>ης</sup> διδακτικής ώρας με μαθητές που δυσκολεύονται και στην αρχή της 2<sup>ης</sup> διδακτικής ώρας με τους υπόλοιπους μαθητές, εξυπηρετώντας και τον έλεγχο των προαπαιτούμενων γνώσεων της διδακτικής αυτής ώρας.

## **2<sup>η</sup> διδακτική ώρα**

(Αναπτύσσονται οι φάσεις : Α', Γ', Ε' και ΣΤ')

### **Α' φάση:**

Αρχική αξιολόγηση - Έλεγχος προαπαιτούμενων γνώσεων

Γράφουμε στον πίνακα ένα πρόβλημα π.χ.

Η Δανάη είχε 64 αυτοκόλλητα. Έδωσε στη φίλη της τα 18. Πόσα αυτοκόλλητα της έμειναν;

Κάθε μαθητής εργάζεται μόνος του και ο διδάσκων παρεμβαίνει αν χρειαστεί. Αν κρίνουμε απαραίτητο, με βάση την αξιολόγησή μας, προβαίνουμε σε εξατομικευμένη διδασκαλία ή διορθωτική της τάξης.

Η φάση αυτή είναι πολύ σημαντική. Μέλημά μας να αρθούν οι δυσκολίες και τα εμπόδια στο μέγιστο βαθμό, ώστε απρόσκοπτα να συνεχίσουμε τόσο σε εμπέδωση – επέκταση όσο και στην ικανοποίηση των υπόλοιπων στόχων.

### **Γ' φάση**

Δραστηριότητα – ανακάλυψη. Εργασία δ του τετραδίου εργασιών:

- δ. ● Υπολογίζω πρώτα πόσο είναι περίπου το αποτέλεσμα της αφαίρεσης:  $52 - 38 = \dots$   
 Στη συνέχεια υπολογίζω με το νου το αποτέλεσμα με ακρίβεια: .....

Ύστερα βρίσκω πού έχει γίνει λάθος στην κάθετη αφαίρεση και διορθώνω.

$$\begin{array}{r} \Delta \text{ M} \\ 52 \\ - 38 \\ \hline 26 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} \Delta \text{ M} \\ 50+2 \\ - 30+8 \\ \hline 20+6 \\ \hline 26 \end{array}$$

Από τα 2 αφαιρούμε τα 8 και μένουν 6.

Κάνω σωστά την κάθετη αφαίρεση:

- Υπολογίζω πρώτα πόσο είναι περίπου το αποτέλεσμα της αφαίρεσης:  $53 - 19 = \dots$   
 Στη συνέχεια υπολογίζω με το νου το αποτέλεσμα με ακρίβεια: .....

Ύστερα βρίσκω πού έχει γίνει λάθος στην κάθετη αφαίρεση και διορθώνω.

$$\begin{array}{r} \Delta \text{ M} \\ 53 \\ - 19 \\ \hline 35 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} \Delta \text{ M} \\ 40+13 \\ - 10+9 \\ \hline 30+5 \\ \hline 35 \end{array}$$

Από τα 3 αφαιρούμε τα 9 και μένουν 6.

Κάνω σωστά την κάθετη αφαίρεση:

Οι μαθητές κάνουν πρώτα εκτίμηση του αποτελέσματος ( $50-40=10$  περίπου) και έπειτα υπολογίζουν με το νου. Αν κάποιος δυσκολεύονται χρησιμοποιούν εποπτικό υλικό. Μετά παρατηρούν τα βήματα στην κάθετη αφαίρεση που ακολουθεί και βρίσκουν το λάθος. Γίνεται συζήτηση και κάνουμε την πράξη σωστά. Τη γράφουμε δε και στον πίνακα για αυτοδιόρθωση. Ακολουθούμε την ίδια τακτική και στη δεύτερη αφαίρεση ( $53-19$ ).

Αν ο διδάσκων κρίνει ως απαραίτητο, μπορεί να παρουσιάσει την όλη διαδικασία εύρεσης του λάθους για τη μια περίπτωση ( $52 - 38 = \dots$ ) στον πίνακα και να διαπραγματευτούν οι μαθητές μόνοι τους την άλλη ( $53 - 19 = \dots$ ) ή να ξεκινήσουν μόνοι οι μαθητές για την πρώτη αφαίρεση και ανάλογα με τις δυσκολίες να διαπραγματευθούν τη δεύτερη στον πίνακα. Είτε με τη μια διαδικασία είτε με την άλλη η εξάσκηση με παιγνιώδη μορφή έχει θέση και στη συγκεκριμένη στιγμή για την παιδαγωγική αξιοποίηση του λάθους. Είναι σημαντικό οι μαθητές να πάρουν το λόγο και να εξηγήσουν κατά περίπτωση ποιο είναι το λάθος και πώς γίνεται το σωστό.

Αν προκύψει αφαίρεση από το 100 και οι μαθητές μας δυσκολεύονται τη διδάσκουμε στη συγκεκριμένη στιγμή, εφόσον υπάρχει ο χρόνος και το επιτρέπει συγχρόνως η δυναμική της τάξης μας. Διαφορετικά θα διδαχθεί στο επόμενο μάθημα.

Στην παραπάνω Δραστηριότητα – Ανακάλυψη οι μαθητές εμπλέκονται ενεργά στη διαχείριση του λάθους. Τούτο είναι πολύ σημαντικό καθώς οι μαθητές, αφενός καλούνται να αξιολογήσουν απόψεις και να τεκμηριώσουν την απάντησή τους με μια εξήγηση, αφετέρου η εμφάνιση λανθασμένων απόψεων απενοχοποιεί το λάθος και περνάει το μήνυμα, ότι το λάθος στην πορεία της μάθησης είναι αναμενόμενο και όχι κατακριτέο. Με την έκφραση της άποψής τους και την αιτιολόγηση δίνεται η ευκαιρία να αποκτήσουν οι μαθητές επίγνωση των δικών τους ενδεχομένως λαθών και να προβούν στην αυτοδιόρθωση. Η συνειδητοποίηση της αναγκαιότητας να δίνουν εξηγήσεις, τους δίνει τη δυνατότητα να αποκτήσουν έλεγχο της μαθησιακής τους πορείας. Απ' την πλευρά του διδάσκοντα η διαχείριση του λάθους γίνεται μια σημαντική συνιστώσα της διδακτικής πρακτικής, καθώς η ανάδειξη και η αξιοποίηση

του λάθους γίνεται ενισχυτική παράμετρος της κατανόησης (ΥΠΕΠΘ/Π.Ι. Βιβλίο Δασκάλου Δ' Δημοτικού, σελ. 11).

### **Ε' φάση:**

Εφαρμογή. Εργασίες β και γ του τετραδίου εργασιών

β. Ο Αλί μοιράστηκε τις κάρτες του με τους φίλους του. Είχε 31. Έδωσε τις 18. Πόσες του έμειναν για να παίξει; Ελέγχω με κάθετη αφαίρεση και κάθετη πρόσθεση.

• Περίπου ....

• Ελέγχω με κάθετη πράξη:

• Υπολογίζω με το νου:

γ. Βρίσκω τα ρέστα και ελέγχω αν είναι σωστά με κάθετη πράξη όπως στο παράδειγμα.

• Έδωσαν Πήραν ρέστα



Δ Μ

$$\begin{array}{r} 40 \\ - 32 \\ \hline \end{array}$$

Από το 0 δε βγαίνει το 2, γιατί αυτό σφαλώς το 40 σε 30+10.

$$\begin{array}{r} 30 \ 10 \\ - 30 \ 2 \\ \hline 0 \ 8 \end{array}$$

ή

$$\begin{array}{r} \Delta \ M \\ 3 \ 10 \\ - 3 \ 2 \\ \hline 0 \ 8 \end{array}$$

Επαληθεύω

$$\begin{array}{r} \Delta \ M \\ 32 \\ + 8 \\ \hline 40 \end{array}$$

10

• Έδωσαν Πήραν ρέστα περίπου ..... €



Υπολογίζω τα ρέστα με ακρίβεια:


Επαληθεύω κάθετα με:

• Πρόσθεση • Αφαίρεση

Προτείνεται οι μαθητές να εργαστούν σε ατομικό επίπεδο, εφαρμόζοντας τα όσα έχουν διδαχθεί. Ο τρόπος επαλήθευσης μπορεί να «αφεθεί» στις επιθυμίες των μαθητών, απαραίτητο όμως να γίνει. Ο διδάσκων έχει επιπλέον ευκαιρία για τη διαπίστωση του βαθμού κατανόησης από την πλευρά των μαθητών (άτυπη ή διαμορφωτική αξιολόγηση).

### **ΣΤ' φάση:**

Εμπέδωση – Επέκταση. Εργασία ε του τετραδίου εργασιών.

- ε.  Φτιάχνω με τον διπλανό μου ένα πρόβλημα. Το λύνουμε με κάθετες πράξεις. Χρησιμοποιούμε όποιους από τους παρακάτω αριθμούς χρειαζόμαστε.

82

61

34

19

.....  
.....  
.....  
.....

Προτείνουμε στην τάξη το πρόβλημα και τη λύση που δώσαμε.

Η συγκεκριμένη εργασία συνδυάζει και την ικανοποίηση του στόχου του άξονα «Επίλυση προβλήματος»: «οι μαθητές να είναι ικανοί να φτιάχνουν προβλήματα με προϋποθέσεις». Έτσι σε ομάδες των δύο (με το διπλανό τους) χρησιμοποιώντας κατάλληλα τους προτεινόμενους αριθμούς ώστε να προκύπτει αφαίρεση με δανεικό, διατυπώνουν προβλήματα. Υπολογίζουν πρώτα νοερά και στη συνέχεια επαληθεύουν με κάθετη αφαίρεση. Η πλήρης παιδαγωγική αξιοποίηση των προβλημάτων που έφτιαξαν οι μαθητές, μπορεί να γίνει σε χρόνο που ο διδάσκων κρίνει πως θα βοηθήσει τα μέγιστα στην τάξη του.

## 8. Εναλλακτικές ή επιπλέον διδακτικές προσεγγίσεις.

α. Τα παιδιά συμπληρώνουν ημιτελείς κάθετες αφαιρέσεις με δανεικό π.χ

$$7\dots - \dots 8 = 54 \text{ ή } \dots 3 - 4\dots = 18 \text{ ή } 47 - \dots 9 = 2\dots$$

Αυτού του είδους η δραστηριότητα είναι απαραίτητη να γίνει, για την ικανοποίηση προβλεπόμενου στόχου.

β. Ανακοινώνουν τη λύση των προβλημάτων που έφτιαξαν στην εργασία ε του τετραδίου εργασιών (πλήρης παιδαγωγική αξιοποίηση των προβλημάτων).

γ. Χωρίζονται σε μεγαλύτερες ομάδες και φτιάχνουν προβλήματα ή συμπληρώνουν στοιχεία σε προβλήματα, ώστε να μπορούν να λυθούν.

Π.χ. Η Ράνια είχε 84 λεπτά του ευρώ. Έδωσε στην αδερφή της Ευαγγελία .....λεπτά του ευρώ. Πόσα .....

## 9. Προτάσεις για ολιγοθέσια σχολεία και τάξεις με έντονη διαφοροποίηση μεταξύ του επιπέδου των μαθητών.

Μπορούν να παραληφθούν οι εργασίες α, β και ε του τετραδίου εργασιών. Χρησιμοποιούμε εναλλακτικές διδακτικές προσεγγίσεις δίνοντας έμφαση στη σωστή γραφή των αριθμών καθέτως. Απαραίτητο είναι να ακολουθεί επαλήθευση είτε με νοερούς υπολογισμούς είτε με τη χρήση του οπτικού υλικού.

## 10. Σύνδεση με το αντίστοιχο λογισμικό

Αριθμοί και πράξεις 0-100. Επίλυση προβλημάτων αφαίρεσης με αριθμούς 0 - 100

### Βιβλιογραφία

1. Κολέζα Ε.(2000) Ρεαλιστικά μαθηματικά στην πρωτοβάθμια εκπαίδευση. Αθήνα Leader Books.
2. Κολέζα Ε.. (2000) Γνωσιολογική και Διδακτική προσέγγιση των Στοιχειωδών Μαθηματικών εννοιών. Αθήνα Leader Books
3. Λεμονίδης Χ.(2001) Περίπατος στη μάθηση της Στοιχειώδους Αριθμητικής. Θεσσαλονίκη, Αδελφών Κυριακίδη α.ε.

4. Λεμονίδης Χ.(2003). Μια νέα πρόταση διδασκαλίας των Μαθηματικών στις πρώτες τάξεις του Δημοτικού Σχολείου. Αθήνα, Πατάκης
5. Ματσαγγούρας Η.(1997). Ομαδοσυνεργατική διδασκαλία. Αθήνα, Γρηγόρης
6. Ματσαγγούρας Η.(2003). Η διαθεματικότητα στη σχολική γνώση. Αθήνα, Γρηγόρης
7. Π.Δ. ΦΕΚ Τεύχος Β' αρ. Φύλλου 303/13-03-03
8. Π.Δ. ΦΕΚ Τεύχος Β' αρ. Φύλλου 304/13-03-03
9. Π.Ι./ΥΠΕΠΘ (2002) ΔΕΠΠΣ-ΑΠΣ τόμος α'
10. Π.Ι.-ΥΠ.Ε.Π.Θ. Διδακτικό πακέτο Μαθηματικών Β' Δημοτικού (Γ. Καργιωτάκης, Ν. Μπελίτσου, Α. Μαραγκού. Β. Σοφού) ,Π.Ι. / ΟΕΔΒ 2006.
11. Π.Ι.-ΥΠ.Ε.Π.Θ. Διδακτικό πακέτο Μαθηματικών Δ' Δημοτικού (Ξ. Βαμβακούση, Γ. Καργιωτάκης, Μπομποτινίου Α-Δ., Σαΐτης Α.) ,Π.Ι. / ΟΕΔΒ 2006.
12. Polya G (1991). Πώς να το λύσω (Επιμέλεια Τ. Πατρώνης), Αθήνα Τυπωθήτω
13. Τύπας Γ. (2005). Διδακτικό πακέτο Μαθηματικών «Επιμόρφωση σχολικών συμβούλων και εκπαιδευτικών πρωτοβάθμιας και προσχολικής εκπαίδευσης στο ΔΕΠΠΣ και τα ΑΠΣ». Αθήνα
14. Τύπας Γ.(2005).Τα νέα διδακτικά εγχειρίδια των Μαθηματικών της Πρωτοβάθμιας Εκπαίδευσης: το πλαίσιο δημιουργίας και τα ειδικά χαρακτηριστικά τους. Στα πρακτικά συνεδρίου του Π.Ι. σε συνεργασία με το Πανεπιστήμιο Θεσσαλονίκης (17-19 Φεβρουαρίου, με θέμα: "Διδακτικό Βιβλίο και Εκπαιδευτικό Υλικό στο Σχολείο:"Προβληματισμοί –Δυνατότητες \_ Προοπτικές