

**Παιχνίδια στην κατασκήνωση**

**Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:**

**Συγκρίνω δυο αριθμούς** για να βρω αν είναι ίσοι ή άνισοι. Στην περίπτωση που είναι άνισοι μπορώ να βρω ποιος είναι μεγαλύτερος (ή μικρότερος).

- Ανάμεσα σε δυο φυσικούς αριθμούς μεγαλύτερος είναι εκείνος που έχει περισσότερα ψηφία.
- Αν δυο φυσικοί αριθμοί έχουν τον ίδιο αριθμό ψηφίων, τότε συγκρίνω τα ψηφία τους, αρχίζοντας από αριστερά προς τα δεξιά, μέχρι να βρω ποιο ψηφίο είναι μεγαλύτερο. (π.χ.  $345.678 > 335.678$  και  $123.234 > 123.134$ ).

**Διάταξη δύο ή περισσότερων αριθμών** σημαίνει ότι τους βάζουμε στη σειρά από τον μικρότερο στον μεγαλύτερο ή αντίστροφα. (π.χ.  $5.678.787 > 5.668.787 > 5.168.787 > 4.368.787$ ).

Μπορώ να **στρογγυλοποιήσω** έναν αριθμό στο ψηφίο των δεκάδων, των εκατοντάδων, των χιλιάδων κ.λπ. ως εξής:

- Αν το ψηφίο που βρίσκεται δεξιά από αυτό που θέλω να στρογγυλοποιήσω είναι 0, 1, 2, 3, 4 τότε αυτό το ψηφίο και όλα τα υπόλοιπα στα δεξιά του τα αντικαθιστώ με μηδενικά (π.χ.  $254.834$  στρ.  $254.800$ )
- Αν το ψηφίο που βρίσκεται δεξιά από αυτό που θέλω να στρογγυλοποιήσω είναι 5, 6, 7, 8, 9 τότε αυτό το ψηφίο και όλα τα υπόλοιπα στα δεξιά του τα αντικαθιστώ με μηδενικά αλλά αυξάνω κατά 1 μονάδα το ψηφίο που θέλω να στρογγυλοποιήσω (π.χ.  $678.576$  στρογγυλοποιείται σε  $678.600$ )

Με **νοερούς υπολογισμούς** μπορώ είτε να εκτιμήσω είτε να υπολογίσω με ακρίβεια το αποτέλεσμα μιας πράξης (π.χ.  $59.999 + 89.999$  είναι περίπου  $60.000 + 90.000 = 150.000$  ή με ακρίβεια είναι  $150.000 - 2 = 149.998$ ).

Όταν **προσθέτω** δυο αριθμούς, μπορώ να αλλάξω τη θέση των προσθετέων. (π.χ.  $12 + 34 = 34 + 12$ )

**Άξονας συμμετρίας** ονομάζεται η ευθεία γραμμή που χωρίζει ένα σχήμα σε δύο μέρη με τέτοιο τρόπο ώστε αν διπλώσω το σχήμα στον άξονα συμμετρίας τα δύο μέρη να συμπίψουν.

- Ένα σχήμα μπορεί να έχει περισσότερους από έναν άξονες συμμετρίας.

Για να υπολογίσω το **εμβαδό ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου** πολλαπλασιάζω τα μήκη δύο διαδοχικών πλευρών (π.χ. σε ένα ορθογώνιο με διαδοχικές πλευρές 4 και 3 εκατοστά το εμβαδό είναι  $4 \cdot 3 = 12$  τετραγωνικά εκατοστά).

- Για να σχεδιάσω ένα ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με δοσμένο εμβαδό θα πρέπει το γινόμενο δύο διαδοχικών πλευρών του να είναι όσο το εμβαδό που θέλω (π.χ. για εμβαδό 12 τ. εκ. Το γινόμενο των πλευρών θα είναι  $6 \cdot 2$  ή  $4 \cdot 3$  ή  $12 \cdot 1$  κ.λπ.).

**Στην ιχθυόσκαλα**

**Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:**

~~Ένας αριθμός μπορεί να γραφεί με τρεις διαφορετικούς τρόπους. Μπορεί να γραφεί με ψηφία (π.χ.  $46.500$ ), με λέξεις (π.χ. σαράντα έξι χιλιάδες πεντακόσια) και με μεικτό τρόπο (π.χ. 46 χιλιάδες 500).~~

~~Ο παρακάτω πίνακας περιγράφει τον τρόπο με τον οποίο γράφουμε ή διαβάζουμε έναν αριθμό, ο οποίος έχει μέχρι έξι ψηφία:~~

Εκατοντάδες χιλιάδων	Δεκάδες χιλιάδων	Μονάδες χιλιάδων	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες
----------------------	------------------	------------------	-------------	---------	---------

**Οι Έλληνες της διασποράς**

**Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:**

Ο παρακάτω πίνακας περιγράφει τον τρόπο με τον οποίο γράφουμε ή διαβάζουμε έναν αριθμό, ο οποίος έχει μέχρι εννιά ψηφία:

Εκατοντάδες εκατομμυρίων	Δεκάδες εκατομμυρίων	Μονάδες εκατομμυρίων	Εκατοντάδες χιλιάδων	Δεκάδες χιλιάδων	Μονάδες χιλιάδων	Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες
--------------------------	----------------------	----------------------	----------------------	------------------	------------------	-------------	---------	---------

**Παιχνίδι με κάρτες**

**Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:**

Για να συγκρίνω δύο αριθμούς εξετάζω πρώτα τον αριθμό των ψηφίων τους. Ο αριθμός με τα περισσότερα ψηφία είναι πάντοτε μεγαλύτερος. Αν όμως έχουν ίδιο αριθμό ψηφίων, τότε συγκρίνω τα ψηφία ξεκινώντας από τη θέση με τη μεγαλύτερη αξία, δηλαδή από τα αριστερά του αριθμού.

**Οι αριθμοί μεγαλώνουν**

**Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:**

Μερικές φορές, για να αντιληφθούμε ευκολότερα έναν αριθμό ή για να κάνουμε υπολογισμούς με το νου μας, τον στρογγυλοποιούμε. Η στρογγυλοποίηση μπορεί να γίνει σε διαφορετικά ψηφία του αριθμού, ανάλογα με την ακρίβεια που θέλουμε. Για παράδειγμα, κάποιος που έχει στο πορτοφόλι του 32,40 € μπορεί να πει ότι έχει μαζί του 32 € περίπου, αλλά μπορεί και να πει ότι έχει μαζί του περίπου 30 €.

**Στον κινηματογράφο**

**Για να λύσω ένα πρόβλημα ακολουθώ τα παρακάτω βήματα:**

- Διαβάζω καλά και καταλαβαίνω το πρόβλημα εντοπίζοντας τα δεδομένα (τα γνωστά στοιχεία) και τα ζητούμενα (τα άγνωστα στοιχεία).
- Σχεδιάζω τη λύση, αποφασίζω δηλαδή ποια στρατηγική θα ακολουθήσω και ποιες πράξεις θα κάνω.
- Κάνω προσεκτικά τις πράξεις.
- Ελέγχω αν το αποτέλεσμα είναι λογικό και στη συνέχεια, θεωρώντας το αποτέλεσμα γνωστό, κάνω πάλι τη λύση για να δω αν επαληθεύεται.

**Παράδειγμα:**

Η μητέρα του Κώστα πήγε στο μανάβη της γειτονιάς και αγόρασε 2 κιλά μήλα προς 0,35 € το κιλό, 3 κιλά πορτοκάλια προς 0,70 € το κιλό και ένα λάχανο αξίας 1,50 €. Για να πληρώσει έδωσε ένα χαρτονόμισμα των 5 €. Πόσα ρέστα θα πάρει;

- Γνωρίζω τι αγόρασε και πόσο στοιχίζει το καθένα. Δεν γνωρίζω το συνολικό κόστος, ώστε να υπολογίσω τα ρέστα.
- Πρέπει να υπολογίσω το συνολικό κόστος και να το αφαιρέσω από τα 5 €, ώστε να βρω τα ρέστα. Για να υπολογίσω το συνολικό κόστος πρέπει να βρω πόσο κοστίζουν όλα τα μήλα, πολλαπλασιάζοντας την τιμή του κιλού με τον αριθμό των κιλών, καθώς και πόσο κοστίζουν όλα τα πορτοκάλια, με τον ίδιο τρόπο, ενώ στη συνέχεια πρέπει να προσθέσω το κόστος των μήλων, των πορτοκαλιών και του λάχανου.
- Τα μήλα κοστίζουν  $2 \cdot 0,35 = 0,70$ , ενώ τα πορτοκάλια κοστίζουν  $3 \cdot 0,70 = 2,10$ . Όλα μαζί τα ψώνια κοστίζουν  $0,70 + 2,10 + 1,50 = 4,30$  €. Τα ρέστα θα είναι  $5,00 - 4,30 = 0,70$  €.
- Το αποτέλεσμα είναι λογικό, φαίνεται λοιπόν σωστό. (Δεν θα ήταν λογικό αν, για παράδειγμα, το συνολικό κόστος ήταν μεγαλύτερο από 5 €.) Πρέπει τώρα να ελέγξω τη λύση. Αφού η μητέρα του Κώστα έδωσε 5 € και πήρε ρέστα 0,70 σημαίνει ότι έκανε ψώνια αξίας  $5,00 - 0,70 = 4,30$  €. Πραγματικά, επαναλαμβάνοντας τις πράξεις (τα μήλα κοστίζουν  $2 \cdot 0,35 = 0,70$ , ενώ τα πορτοκάλια κοστίζουν  $3 \cdot 0,70 = 2,10$  και όλα μαζί τα ψώνια κοστίζουν  $0,70 + 2,10 + 1,50 = 4,30$  €), διαπιστώνω ότι το αποτέλεσμα μου είναι σωστό.

**Οι βασικές γνώσεις τις οποίες μάθαμε στα κεφάλαια αυτά είναι:**

- Ο παρακάτω πίνακας περιγράφει τον τρόπο με τον οποίο γράφουμε ή διαβάζουμε έναν αριθμό ο οποίος έχει μέχρι εννιά ψηφία:

εκατομμύρια			χιλιάδες			μονάδες		
Εκατοντάδες εκατομμυρίων	Δεκάδες εκατομμυρίων	Μονάδες εκατομμυρίων	Εκατοντάδες χιλιάδων	Δεκάδες χιλιάδων	Μονάδες χιλιάδων	εκατοντάδες	δεκάδες	μονάδες

Για να συγκρίνουμε δύο **φυσικούς** αριθμούς εξετάζουμε πρώτα τον αριθμό των ψηφίων τους. Ο αριθμός με τα περισσότερα ψηφία είναι πάντοτε μεγαλύτερος. Αν όμως έχουν ίδιο αριθμό ψηφίων, τότε συγκρίνουμε τα ψηφία ξεκινώντας από τη θέση με τη μεγαλύτερη αξία, δηλαδή από τα αριστερά του αριθμού.

Ένας αριθμός μπορεί να γραφεί με τρεις διαφορετικούς τρόπους. Μπορεί να γραφεί με ψηφία, με λέξεις ή με μεικτό τρόπο.

- Μερικές φορές, για να αντιληφθούμε ευκολότερα έναν αριθμό ή για να κάνουμε υπολογισμούς με το νου μας, τον στρογγυλοποιούμε. Η στρογγυλοποίηση μπορεί να γίνει σε διαφορετικά ψηφία του αριθμού, ανάλογα με την ακρίβεια που θέλουμε.
- Για να λύσουμε ένα πρόβλημα ακολουθούμε τα παρακάτω βήματα:
  1. Διαβάζουμε καλά και καταλαβαίνουμε το πρόβλημα εντοπίζοντας τα δεδομένα (τα γνωστά στοιχεία) και τα ζητούμενα (τα άγνωστα στοιχεία).
  2. Σχεδιάζουμε τη λύση, αποφασίζουμε δηλαδή ποια στρατηγική θα ακολουθήσουμε και ποιες πράξεις θα κάνουμε.
  3. Κάνουμε προσεκτικά τις πράξεις.
  4. Ελέγχουμε αν το αποτέλεσμα είναι λογικό και στη συνέχεια, θεωρώντας το αποτέλεσμα γνωστό, κάνουμε πάλι τη λύση για να δούμε αν επαληθεύεται.

**ΚΕΦΑΛΑΙΟ 7ο**

**Δεκαδικοί αριθμοί – δεκαδικά κλάσματα**

**Στο εργαστήριο πληροφορικής**

**Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:**

- Η μονάδα μπορεί να παρασταθεί ως δεκαδικό κλάσμα  $\frac{10}{10}$  ή  $\frac{100}{100}$ . Επίσης, μπορεί να παρασταθεί ως γινόμενο με δεκαδικό αριθμό, δηλαδή  $10 \cdot 0,1$  ή  $100 \cdot 0,01$ .
- Ένας δεκαδικός αριθμός μπορεί να γραφεί ως δεκαδικό κλάσμα, γράφοντας ως αριθμητή ολόκληρο τον αριθμό χωρίς υποδιαστολή και ως παρονομαστή το 1 με τόσα μηδενικά, όσα δεκαδικά ψηφία έχει ο αριθμός (π.χ.  $2,84 = \frac{284}{100}$ ).
- Ένα δεκαδικό κλάσμα μπορεί να γραφεί ως δεκαδικός αριθμός, γράφοντας μόνο τον αριθμητή και κόβοντας από το τέλος, με υποδιαστολή, τόσα δεκαδικά ψηφία όσα είναι τα μηδενικά του παρονομαστή (π.χ.  $\frac{753}{100} = 7,53$ ).
- Μια μέτρηση μπορεί να γραφεί με διάφορους τρόπους. Μπορεί να γραφεί ως συμμιγής αριθμός, ως δεκαδικός αριθμός, ως δεκαδικό κλάσμα, ως **φυσικός αριθμός και ως μεικτός αριθμός**. Για παράδειγμα, αν το μήκος του θρανίου μου είναι 1 μέτρο και 25 εκατοστά, μπορώ να γράψω αυτή τη μέτρηση ως εξής:

συμμιγής αριθμός: 1 μέτρο και 25 εκατοστά

δεκαδικός αριθμός: 1,25 μέτρα

δεκαδικό κλάσμα:  $\frac{125}{100}$  μέτρα

φυσικός αριθμός: 125 εκατοστά

**μεικτός αριθμός**  $1 \frac{25}{100}$  μέτρα

**Μετράμε με ακρίβεια****Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:**

- Χρησιμοποιούμε δεκαδικούς αριθμούς ή δεκαδικά κλάσματα για να περιγράψουμε μια ποσότητα με ακρίβεια.
- Μπορούμε να μετατρέψουμε ένα δεκαδικό αριθμό σε δεκαδικό κλάσμα και το αντίστροφο, χρησιμοποιώντας τους τρόπους, τους οποίους μάθαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο.
- Ο παρακάτω πίνακας περιγράφει τον τρόπο με τον οποίο γράφουμε ή διαβάζουμε έναν αριθμό, ο οποίος έχει φυσικό και δεκαδικό μέρος:

Φυσικό μέρος			Δεκαδικό μέρος		
Εκατοντάδες	Δεκάδες	Μονάδες	Δέκατα	Εκατοστά	Χιλιοστά

**Παιχνίδια σε ομάδες****Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:**

Για να συγκρίνω δύο δεκαδικούς αριθμούς εξετάζω πρώτα το φυσικό μέρος τους. Ο αριθμός με το μεγαλύτερο φυσικό μέρος είναι πάντοτε μεγαλύτερος. Αν όμως έχουν ίδιο φυσικό μέρος, τότε συγκρίνω το δεκαδικό μέρος ξεκινώντας από τη θέση με τη μεγαλύτερη αξία, ξεκινώντας δηλαδή από τα αριστερά του δεκαδικού μέρους (αμέσως μετά την υποδιαστολή).

**Στο λούνα παρκ****Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:**

~~Μερικές φορές, για να αντιληφθούμε ευκολότερα ένα δεκαδικό αριθμό ή για να κάνουμε υπολογισμούς με το νου μας, τον στρογγυλοποιούμε. Μπορούμε να στρογγυλοποιήσουμε στο φυσικό μέρος (π.χ. ο αριθμός 13,27 μπορεί να στρογγυλοποιηθεί στο 13), μπορούμε όμως να στρογγυλοποιήσουμε και στο δεκαδικό μέρος (π.χ. ο αριθμός 13,27 μπορεί να στρογγυλοποιηθεί και στο 13,3), ανάλογα με την ακρίβεια που θέλουμε.~~

**Στο εστιατόριο****Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:**

Στην καθημερινή ζωή μας υπάρχουν περιπτώσεις όπου η στρογγυλοποίηση μας βοηθάει στο να κάνουμε γρήγορους υπολογισμούς με το νου. Στις περιπτώσεις αυτές δεν βρίσκουμε το πραγματικό αποτέλεσμα, αλλά κάνουμε «εκτίμηση» του αποτελέσματος, διότι η στρογγυλοποίηση περιέχει πάντοτε ένα σφάλμα (διαφορά από το ακριβές αποτέλεσμα).

Υπάρχουν, όμως, περιπτώσεις όπου η στρογγυλοποίηση δεν επιτρέπεται, διότι χρειαζόμαστε ακρίβεια και το σφάλμα της στρογγυλοποίησης δεν είναι αποδεκτό.

Για παράδειγμα, κάποιος μαθητής περιμένει τη σειρά του για να ψωνίσει στο κυλικείο του σχολείου. Θέλει να αγοράσει ένα σάντουιτς, ένα χυμό και μια μικρή σοκολάτα. Βλέπει τις τιμές, στρογγυλοποιεί και υπολογίζει γρήγορα το άθροισμα με το μυαλό του, ώστε να ξέρει αν του φτάνουν τα χρήματα τα οποία έχει μαζί του. Όταν όμως έρθει η σειρά του να ψωνίσει, ο υπεύθυνος του κυλικείου κάνει τον ίδιο υπολογισμό με ακρίβεια, ώστε να του επιστρέψει τα ρέστα ακριβώς.

**Στην Καλλονή της Λέσβου**

**Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:**

- Όταν θέλουμε να πολλαπλασιάσουμε φυσικό αριθμό με δεκαδικό ή δεκαδικό αριθμό με δεκαδικό, μπορούμε να εργαστούμε με τρεις τρόπους:
  1. **Με εκτίμηση:** Στρογγυλοποιούμε τους αριθμούς, κάνοντάς τους φυσικούς και προχωρούμε με πολλαπλασιασμό φυσικών. Για να εφαρμόσουμε όμως αυτόν τον τρόπο πρέπει, όπως μάθαμε στο προηγούμενο κεφάλαιο, η κατάσταση που αντιμετωπίζουμε να επιτρέπει στρογγυλοποίηση. Για παράδειγμα, αν θέλω μια εκτίμηση του αποτελέσματος, αντί να πολλαπλασιάσω  $27,8 \cdot 2,1$  στρογγυλοποιώ και πολλαπλασιάζω  $28 \cdot 2$ .
  2. **Με ακρίβεια χρησιμοποιώντας την τεχνική του πολλαπλασιασμού:**  
Γράφουμε, όπως έχουμε μάθει, τον ένα αριθμό κάτω από τον άλλο και να εφαρμόζουμε την τεχνική του πολλαπλασιασμού. Η τεχνική του πολλαπλασιασμού δεκαδικών είναι ακριβώς ίδια με την τεχνική του πολλαπλασιασμού των φυσικών, μόνο που στο τέλος πρέπει να κόψουμε με υποδιαστολή, μετρώντας από το τέλος, τόσα δεκαδικά ψηφία όσα είναι το σύνολο των δεκαδικών ψηφίων των δύο αριθμών.
 

27,8
x 2,1
278
+ 556
58,38
  3. **Με ακρίβεια χρησιμοποιώντας ιδιότητα:** Χωρίζουμε το δεύτερο αριθμό σε φυσικό και δεκαδικό μέρος. Πολλαπλασιάζουμε τον πρώτο αριθμό με το φυσικό και στη συνέχεια με το δεκαδικό μέρος και τελικά προσθέτουμε τα δύο αποτελέσματα. Ο τρόπος αυτός βασίζεται στην **επιμεριστική ιδιότητα** του πολλαπλασιασμού. Για παράδειγμα:  $27,8 \cdot 2,1 = 27,8 \cdot (2 + 0,1) = 27,8 \cdot 2 + 27,8 \cdot 0,1 = 55,6 + 2,78 = 58,38$
- Για να πολλαπλασιάσουμε ένα δεκαδικό αριθμό με το 10, 100, 1.000, κ.λπ. μετακινούμε την υποδιαστολή προς τα δεξιά κατά τόσες θέσεις όσα είναι τα μηδενικά του αριθμού. Αν τα δεκαδικά ψηφία δεν είναι αρκετά για να καλύψουν όλες τις θέσεις, συμπληρώνουμε με μηδενικά.

**Η προσφορά**

**Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:**

- Όταν μια διαίρεση είναι ατελής (αφήνει υπόλοιπο) και χρειαζόμαστε μεγαλύτερη ακρίβεια στο αποτέλεσμα, μπορούμε να τη συνεχίσουμε με δεκαδικά ψηφία στο πηλίκο. Βάζουμε λοιπόν υποδιαστολή στο πηλίκο, ενώ συγχρόνως προσθέτουμε ένα μηδενικό στο υπόλοιπο και συνεχίζουμε να διαιρούμε. Μπορούμε στο νέο υπόλοιπο που θα προκύψει, να προσθέσουμε πάλι ένα μηδενικό και να συνεχίσουμε να διαιρούμε μ' αυτόν τον τρόπο όσο θέλουμε.

Για παράδειγμα, στη διαίρεση  $20 : 7$  μόλις βρούμε πηλίκο 2 και υπόλοιπο 6 μπορούμε να σταματήσουμε. Αν όμως θέλουμε μεγαλύτερη ακρίβεια συνεχίζουμε τη διαίρεση. Βάζουμε υποδιαστολή στο πηλίκο, ενώ συγχρόνως προσθέτουμε ένα μηδενικό στο υπόλοιπο. Διαιρούμε ξανά. Το 7 χωράει 8 φορές στο 60 και μένει υπόλοιπο 4. Προσθέτουμε πάλι ένα μηδενικό στο υπόλοιπο και το 4 γίνεται 40. Το 7 στο 40 χωράει 5 φορές και μένει υπόλοιπο 5. Μπορούμε να συνεχίσουμε, βάζοντας μηδενικά στο υπόλοιπο, όσο θέλουμε ή μέχρι η διαίρεση να βγει τέλεια (αν βγαίνει). Συνήθως σταματούμε μόλις βρούμε δύο δεκαδικά ψηφία.

$$\begin{array}{r} 20 \quad | \quad 7 \\ -14 \quad | \quad 2,85 \\ \hline 060 \quad | \\ -56 \quad | \\ \hline 040 \quad | \\ -35 \quad | \\ \hline 05 \quad | \end{array}$$

Η επαλήθευση της διαίρεσης γίνεται πολλαπλασιάζοντας το πηλίκο με το διαιρέτη και προσθέτοντας στο γινόμενο το υπόλοιπο. Αν το αποτέλεσμα είναι ίσο με το διαιρετέο, η διαίρεση είναι σωστή.

**Οι βασικές γνώσεις τις οποίες μάθαμε στα κεφάλαια αυτά είναι:**

- Μπορούμε να μετατρέψουμε ένα δεκαδικό αριθμό σε δεκαδικό κλάσμα και το αντίστροφο, ως εξής: Ένας δεκαδικός αριθμός μπορεί να μετατραπεί σε δεκαδικό κλάσμα, γράφοντας ως αριθμητή ολόκληρο τον αριθμό χωρίς υποδιαστολή και ως παρονομαστή το 1 με τόσα μηδενικά, όσα δεκαδικά ψηφία έχει ο αριθμός. Αντίθετα, ένα δεκαδικό κλάσμα μπορεί να μετατραπεί σε δεκαδικό αριθμό, γράφοντας μόνο τον αριθμητή και κόβοντας από το τέλος, με υποδιαστολή, τόσα δεκαδικά ψηφία όσα είναι τα μηδενικά του παρονομαστή.

- Μια μέτρηση μπορεί να γραφεί με διάφορους τρόπους. Μπορεί να γραφεί ως συμμιγής, ως δεκαδικός αριθμός, ως δεκαδικό κλάσμα, ως φυσικός και ως **μεικτός αριθμός**.
- Ο παρακάτω πίνακας περιγράφει τον τρόπο με τον οποίο γράφουμε ή διαβάζουμε έναν αριθμό ο οποίος έχει φυσικό και δεκαδικό μέρος:

φυσικό μέρος			δεκαδικό μέρος		
εκατοντάδες	δεκάδες	μονάδες	δέκατα	εκατοστά	χιλιοστά

Για να συγκρίνουμε δύο δεκαδικούς αριθμούς εξετάζουμε πρώτα το φυσικό μέρος τους. Ο αριθμός με το μεγαλύτερο φυσικό μέρος είναι πάντοτε μεγαλύτερος. Αν όμως έχουν ίδιο φυσικό μέρος, τότε συγκρίνουμε το δεκαδικό μέρος ξεκινώντας από τη θέση με τη μεγαλύτερη αξία, ξεκινώντας δηλαδή από τα αριστερά του δεκαδικού μέρους (αμέσως μετά την υποδιαστολή).

- Μερικές φορές, για να αντιληφθούμε ευκολότερα ένα δεκαδικό αριθμό ή για να κάνουμε υπολογισμούς με το νου μας, τον στρογγυλοποιούμε. Μπορούμε να στρογγυλοποιήσουμε στο φυσικό μέρος, ή στο δεκαδικό μέρος, ανάλογα με την ακρίβεια που θέλουμε. Όταν στρογγυλοποιούμε, όμως, δεν βρίσκουμε το πραγματικό αποτέλεσμα, αλλά κάνουμε «εκτίμηση» του αποτελέσματος, διότι η στρογγυλοποίηση περιέχει πάντοτε ένα σφάλμα (διαφορά από το ακριβές αποτέλεσμα). Υπάρχουν, βέβαια, περιπτώσεις όπου η στρογγυλοποίηση δεν επιτρέπεται, διότι χρειαζόμαστε ακρίβεια και το σφάλμα της στρογγυλοποίησης δεν είναι αποδεκτό.
- Η τεχνική του πολλαπλασιασμού δεκαδικών είναι ακριβώς ίδια με την τεχνική του πολλαπλασιασμού των φυσικών, μόνο που στο τέλος πρέπει να κόψουμε με υποδιαστολή, μετρώντας από το τέλος, τόσα δεκαδικά ψηφία όσα είναι το σύνολο των δεκαδικών ψηφίων των δύο αριθμών. Όταν μια διαίρεση είναι ατελής (αφήνει υπόλοιπο) και χρειαζόμαστε μεγαλύτερη ακρίβεια στο αποτέλεσμα, μπορούμε να τη συνεχίσουμε με δεκαδικά ψηφία στο πηλίκο. Βάζουμε υποδιαστολή στο πηλίκο, ενώ συγχρόνως προσθέτουμε ένα μηδενικό στο υπόλοιπο και συνεχίζουμε να διαιρούμε. Μπορούμε στο νέο υπόλοιπο που θα προκύψει, να προσθέσουμε πάλι ένα μηδενικό και να συνεχίσουμε να διαιρούμε μ' αυτόν τον τρόπο όσο θέλουμε.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 14ο      Γρήγοροι πολλαπλασιασμοί και διαιρέσεις με 10, 100, 1.000

### Διαβάζουμε τον άτλαντα

**Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:**

- **Σύντομος πολλαπλασιασμός φυσικού με το 10, 100, 1000:** Γράφουμε τον αριθμό και προσθέτουμε στο τέλος του ένα, δύο ή τρία μηδενικά αντίστοιχα. (π.χ.  $87 \cdot 100 = 8700$ )
- **Σύντομος πολλαπλασιασμός δεκαδικού με το 10, 100, 1000:** Μετακινούμε την υποδιαστολή προς τα δεξιά κατά τόσες θέσεις όσα είναι τα μηδενικά. (π.χ.  $14,75 \cdot 10 = 147,5$ )  
Αν τα δεκαδικά ψηφία δεν είναι αρκετά για να καλύψουν όλες τις θέσεις, συμπληρώνουμε όσα μηδενικά περισσεύουν. (π.χ.  $32,47 \cdot 1000 = 32.470$ )
- **Σύντομη διαίρεση φυσικού με το 10, 100, 1000:** Κόβουμε, με υποδιαστολή, από το τέλος, τόσα δεκαδικά ψηφία όσα είναι τα μηδενικά. (π.χ.  $69:10 = 6,9$ )  
Αν τα ψηφία του αριθμού δεν είναι αρκετά για να καλύψουν όλες τις θέσεις, συμπληρώνουμε μπροστά από τον αριθμό και μετά την υποδιαστολή, όσα μηδενικά περισσεύουν. (π.χ.  $52:1000 = 0,052$ )
- **Σύντομη διαίρεση δεκαδικού με το 10, 100, 1000:** Μετακινούμε την υποδιαστολή προς τα αριστερά κατά τόσες θέσεις όσα είναι τα μηδενικά. (π.χ.  $23,84:10 = 2,384$ )  
Αν τα δεκαδικά ψηφία δεν είναι αρκετά για να καλύψουν όλες τις θέσεις, συμπληρώνουμε, μπροστά από τον αριθμό και μετά την υποδιαστολή, όσα μηδενικά περισσεύουν. (π.χ.  $26,3:1000 = 0,0263$ )

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 15ο      Αναγωγή στη δεκαδική κλασματική μονάδα ( $\frac{1}{10} \cdot \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{1000}$ )

### Φιλοτελισμός

**Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:**

Για να υπολογίσουμε το  $\frac{1}{10}$  ενός ποσού, δηλαδή τη **δεκαδική κλασματική μονάδα**, όπως ονομάζεται, διαιρούμε το ποσό δια 10 (π.χ. το  $\frac{1}{10}$  του 350 είναι  $350:10 = 35$ ). Αντίστροφα, όταν γνωρίζουμε τη **δεκαδική κλασματική μονάδα**, η οποία αντιστοιχεί σε ένα ποσό, και θέλουμε να υπολογίσουμε το αρχικό ποσό, πολλαπλασιάζουμε το ποσό με το 10 (π.χ. αν το  $\frac{1}{10}$  ενός ποσού είναι 35, το αρχικό ποσό είναι  $35 \cdot 10 = 350$ ).

Η χρήση της δεκαδικής κλασματικής μονάδας, η **αναγωγή στη δεκαδική κλασματική μονάδα**, όπως ονομάζεται, βοηθάει στη λύση διαφόρων προβλημάτων:

- Γνωρίζουμε όλο το ποσό και θέλουμε να υπολογίσουμε ένα κλασματικό μέρος του: Για παράδειγμα, αν θέλουμε να βρούμε τα  $\frac{6}{10}$  του αριθμού 240, κάνουμε πρώτα **αναγωγή στη δεκαδική κλασματική μονάδα**, δηλαδή βρίσκουμε το  $\frac{1}{10}$  του 240, το οποίο είναι  $240:10 = 24$ , και στη συνέχεια βρίσκουμε τα  $\frac{6}{10}$ , πολλαπλασιάζοντας το 24 με το 6, δηλαδή  $24 \cdot 6 = 144$ . Άρα τα  $\frac{6}{10}$  του 240 είναι 144.
- Γνωρίζουμε το κλασματικό μέρος του ποσού και θέλουμε να υπολογίσουμε το αρχικό ποσό: Για παράδειγμα, αν θέλουμε να βρούμε ποιο είναι το ποσό, του οποίου τα  $\frac{3}{10}$  είναι 45, κάνουμε πρώτα **αναγωγή στη δεκαδική κλασματική μονάδα**, δηλαδή βρίσκουμε το  $\frac{1}{10}$  του ποσού, διαιρώντας  $45:3 = 15$ , και στη συνέχεια βρίσκουμε το αρχικό ποσό, πολλαπλασιάζοντας το 15 με το 10, δηλαδή  $15 \cdot 10 = 150$ . Άρα το ζητούμενο ποσό είναι το 150.

Γνωρίζουμε το κλασματικό μέρος ενός ποσού και θέλουμε να υπολογίσουμε ένα άλλο κλασματικό μέρος του ίδιου ποσού: Για παράδειγμα, αν θέλουμε να βρούμε πόσο είναι τα  $\frac{8}{10}$  ενός αριθμού, του οποίου τα  $\frac{5}{10}$  είναι 115, κάνουμε πρώτα **αναγωγή στη δεκαδική κλασματική μονάδα**, δηλαδή βρίσκουμε το  $\frac{1}{10}$  του 115  $115:5 = 23$ , (το  $\frac{1}{10}$  είναι πέντε φορές μικρότερο από τα  $\frac{5}{10}$ ), και στη συνέχεια βρίσκουμε τα  $\frac{8}{10}$ , πολλαπλασιάζοντας το 23 με το 8, δηλαδή  $23 \cdot 8 = 184$ . Άρα τα  $\frac{8}{10}$  αυτού του αριθμού είναι 184

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 16ο

## Κλασματικές μονάδες

### Κατασκευές με γεωμετρικά σχήματα

**Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:**

- Κάθε κλάσμα, το οποίο έχει αριθμητή τη μονάδα, ονομάζεται **κλασματική μονάδα**. Η κλασματική μονάδα φανερώνει σε πόσα ίσα μέρη χωρίστηκε μια ποσότητα (π.χ. η κλασματική μονάδα  $\frac{1}{8}$  φανερώνει ότι μια ποσότητα χωρίστηκε σε 8 ίσα μέρη).
- Ανάμεσα σε δύο κλασματικές μονάδες, μικρότερη είναι εκείνη, η οποία έχει το μεγαλύτερο παρονομαστή.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 17ο

## Ισοδύναμα κλάσματα

### Εκλογές στην τάξη

**Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:**

- Κλάσματα, τα οποία εκφράζουν την ίδια ακριβώς ποσότητα, ενώ οι όροι τους είναι διαφορετικοί, λέγονται **ισοδύναμα** (π.χ. τα κλάσματα  $\frac{1}{3}$  και  $\frac{2}{6}$  είναι ισοδύναμα).
- Μπορώ να κατασκευάσω ισοδύναμα κλάσματα με δύο τρόπους:
  1. Πολλαπλασιάζοντας τους δύο όρους του κλάσματος με τον ίδιο αριθμό (π.χ.  $\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 4}{5 \cdot 4} = \frac{12}{20}$ ).
  2. Διαιρώντας τους δύο όρους του κλάσματος με τον ίδιο αριθμό (π.χ.  $\frac{20}{45} = \frac{20 : 5}{45 : 5} = \frac{4}{9}$ ).
- **Απλοποίηση** ενός κλάσματος λέγεται η εύρεση ενός ισοδύναμου κλάσματος με μικρότερους όρους. Αυτό γίνεται διαιρώντας τους δύο όρους του αρχικού κλάσματος με τον ίδιο αριθμό.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 18ο

## Μετατροπή κλάσματος σε δεκαδικό

### Κλάσματα και δεκαδικό αριθμοί

Το «**Μαθηματικά Σημαντικό**» στο μάθημα αυτό είναι:

- Στο κεφάλαιο 7 μάθαμε πως μετατρέπουμε ένα δεκαδικό κλάσμα σε δεκαδικό αριθμό. Μπορούμε όμως να μετατρέψουμε όχι μόνο τα δεκαδικά κλάσματα αλλά οποιοδήποτε κλάσμα σε δεκαδικό αριθμό. Η μετατροπή αυτή γίνεται διαιρώντας τον αριθμητή δια του παρονομαστή του κλάσματος (π.χ.  $\frac{3}{4} = 3:4 = 0,75$  ή  $\frac{26}{8} = 26:8 = 3,25$ ). Αν η διαίρεση είναι ατελής, συνήθως τη σταματούμε στα τρία δεκαδικά ψηφία.
- Κλάσματα, τα οποία έχουν ίδιους παρονομαστές, ονομάζονται **ομώνυμα**.
- Κλάσματα, τα οποία έχουν διαφορετικούς παρονομαστές, ονομάζονται **ετερώνυμα**.
- Όταν δύο κλάσματα είναι ομώνυμα συγκρίνω τους αριθμητές. Μεγαλύτερο είναι το κλάσμα με το μεγαλύτερο αριθμητή (π.χ.  $\frac{4}{5} > \frac{3}{5}$ ).
- Όταν όμως τα κλάσματα είναι ετερώνυμα, η σύγκριση δεν μπορεί να γίνει άμεσα. Υπάρχουν δύο τρόποι σύγκρισης ετερονύμων κλασμάτων:
  1. Μετατρέπουμε τα ετερώνυμα κλάσματα σε ισοδύναμα ομώνυμα, πολλαπλασιάζοντας τους δύο όρους με τον ίδιο αριθμό και συγκρίνουμε (π.χ. για να συγκρίνουμε τα κλάσματα  $\frac{3}{5}$  και  $\frac{10}{15}$ , μετατρέπουμε σε ομώνυμα  $\frac{3}{5} = \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{9}{15}$  και αφού  $\frac{9}{15} < \frac{10}{15}$ , άρα  $\frac{3}{5} < \frac{10}{15}$ ).
  2. Μετατρέπουμε τα ετερώνυμα κλάσματα σε δεκαδικούς αριθμούς και συγκρίνουμε τους δεκαδικούς (π.χ. για να συγκρίνουμε τα κλάσματα  $\frac{3}{5}$  και  $\frac{10}{15}$ , μετατρέπουμε σε δεκαδικούς  $\frac{3}{5} = 3:5 = 0,6$  και  $\frac{10}{15} = 10:15 = 0,67$  και αφού  $0,6 < 0,67$ , άρα  $\frac{3}{5} < \frac{10}{15}$ ).

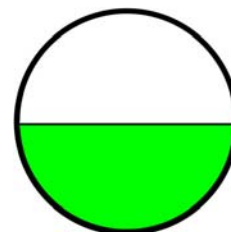
## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 19ο

## Στρατηγικές διαχείρισης αριθμών

### Διαλέγουμε την οικονομική συσκευασία

Το «**Μαθηματικά Σημαντικό**» στο μάθημα αυτό είναι:

- Μια ποσότητα, η οποία δεν είναι ολόκληρη, περιγράφεται με διάφορους τρόπους: με λέξεις (π.χ. μισή τούρτα), με κλάσμα (π.χ.  $\frac{1}{2}$ ), με σχήμα (βλ. διπλανό σχήμα), με δεκαδικό (π.χ. 0,5).
- Ένας μεικτός αριθμός μπορεί να μετατραπεί σε κλάσμα. Πολλαπλασιάζουμε το φυσικό μέρος με τον παρονομαστή και προσθέτουμε τον αριθμητή. Το αποτέλεσμα γράφεται ως αριθμητής, ενώ παρονομαστής παραμένει ο ίδιος (π.χ.  $2\frac{3}{5} = \frac{2 \cdot 5 + 3}{5} = \frac{13}{5}$ ).



- Όταν σε ένα κλάσμα κρατήσουμε σταθερό τον παρονομαστή και μεγαλώσουμε τον αριθμητή το κλάσμα μεγαλώνει, ενώ αν μικρύνουμε τον αριθμητή το κλάσμα μικραίνει (π.χ.  $\frac{3}{5} < \frac{4}{5}$  ενώ  $\frac{3}{5} > \frac{2}{5}$ ).
- Όταν όμως σε ένα κλάσμα κρατήσουμε σταθερό τον αριθμητή και αλλάξουμε τον παρονομαστή, συμβαίνει το αντίστροφο. Δηλαδή, μεγαλώνοντας τον παρονομαστή το κλάσμα μικραίνει, ενώ μικραίνοντας τον παρονομαστή το κλάσμα μεγαλώνει (π.χ.  $\frac{4}{7} > \frac{4}{8}$  ενώ  $\frac{4}{7} < \frac{4}{6}$ ).

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 206

## Διαχείριση αριθμών

### Στην αγορά

**Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:**

Στο κεφάλαιο 7 είδαμε ότι μια ποσότητα μπορεί να γραφεί με διάφορους τρόπους. Μπορεί να γραφεί ως συμμιγής, ως δεκαδικός, ως κλασματικός, ως μεικτός και ως φυσικός αριθμός. Για παράδειγμα, το βάρος μιας σακούλας με πορτοκάλια είναι:

- 2 κιλά 450 γραμμάρια (συμμιγής)
- 2,450 κιλά (δεκαδικός)
- 2.450 γραμμάρια (φυσικός)
- $\frac{2450}{1000}$  κιλά (κλασματικός)
- $2 \frac{450}{1000}$  κιλά (μεικτός)

Είναι πολύ χρήσιμο να μπορούμε να κινηθούμε από τον ένα τρόπο στον άλλο και να κάνουμε μετατροπές, διότι αυτό μας διευκολύνει στους υπολογισμούς.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 210

## Στατιστική – Μέσος όρος

### Ο δημοτικός κινηματογράφος

**Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:**

Όταν έχουμε μια σειρά από μετρήσεις, οι οποίες αφορούν το ίδιο θέμα, μπορούμε να τις προσθέσουμε και να διαιρέσουμε το άθροισμα με το πλήθος των μετρήσεων. Ο αριθμός, ο οποίος προκύπτει με αυτόν τον τρόπο, ονομάζεται **μέσος όρος** των μετρήσεων.

Ο μέσος όρος είναι πολύ χρήσιμος σε διάφορες περιπτώσεις:

- **Αντιπροσωπεύει** με σαφή τρόπο μια ομάδα μετρήσεων (π.χ. ένας μαθητής της Ε΄ τάξης πήρε στο πρώτο τρίμηνο τους εξής βαθμούς: γλώσσα 9, μαθηματικά 10, φυσική 10, ιστορία 9, θρησκευτικά 10, γεωγραφία 8, κοινωνική και πολιτική αγωγή 9, φυσική αγωγή 10, αισθητική αγωγή 9, ξένη γλώσσα 9.

Ο μέσος όρος των βαθμών του είναι  $\frac{9+10+10+9+10+8+9+10+9+9}{10} = \frac{93}{10} = 9,3$ .

- **Διευκολύνει τη σύγκριση** ανάμεσα σε δύο ή περισσότερες ομάδες μετρήσεων (π.χ. ένας άλλος μαθητής της Ε΄ τάξης πήρε στο πρώτο τρίμηνο τους εξής βαθμούς: γλώσσα 10, μαθηματικά 10, φυσική 9, ιστορία 10, θρησκευτικά 10, γεωγραφία 9, κοινωνική και πολιτική αγωγή 9, φυσική αγωγή 9, αισθητική αγωγή 9, ξένη γλώσσα 9. Για να βρούμε αν είχε καλύτερη επίδοση από τον προηγούμενο μαθητή υπολογίζουμε το μέσο όρο των βαθμών του, ο οποίος είναι  $\frac{10+10+9+10+10+9+9+9+9+9}{10} = \frac{94}{10} = 9,4$ . Άρα ο δεύτερος μαθητής είχε καλύτερη επίδοση).

- **Επιτρέπει την πρόβλεψη** μιας μέτρησης (π.χ. αν ένας παίκτης του μπάσκετ στους 8 προηγούμενους αγώνες της ομάδας του σημείωσε τους εξής πόντους 14, 17, 15, 12, 6, 16, 17, 14, στον επόμενο αγώνα είναι πιθανό να σημειώσει  $\frac{14+17+15+12+6+16+17+14}{8} = \frac{111}{8} = 13,875$  δηλαδή περίπου 14 πόντους).

## Επαναληπτικό 3

## Κεφάλαια 14- 21

Οι βασικές γνώσεις τις οποίες μάθαμε στα κεφάλαια αυτά είναι:

- Για να πολλαπλασιάσουμε σύντομα έναν αριθμό με το 10, το 100 ή το 1000, προσθέτουμε στο τέλος του ένα, δύο ή τρία μηδενικά αντίστοιχα ή αν είναι δεκαδικός μετακινούμε την υποδιαστολή προς τα δεξιά κατά τόσες θέσεις όσα είναι τα μηδενικά.  
Για να διαιρέσουμε σύντομα έναν αριθμό με το 10, το 100 ή το 1000, κόβουμε, με υποδιαστολή, από το τέλος, τόσα δεκαδικά ψηφία όσα είναι τα μηδενικά ή αν είναι δεκαδικός μετακινούμε την υποδιαστολή προς τα αριστερά κατά τόσες θέσεις όσα είναι τα μηδενικά.
- Κάθε κλάσμα, το οποίο έχει αριθμητή τη μονάδα, ονομάζεται κλασματική μονάδα. Η κλασματική μονάδα φανερώνει σε πόσα ίσα μέρη χωρίστηκε μια ποσότητα. Ιδιαίτερα η δεκαδική κλασματική μονάδα, δηλαδή το  $\frac{1}{10}$ , βοηθάει στη λύση πολλών προβλημάτων. Για να υπολογίσουμε τη δεκαδική κλασματική μονάδα, δηλαδή το  $\frac{1}{10}$  ενός ποσού, διαιρούμε το ποσό δια 10. Αντίστροφα, όταν γνωρίζουμε τη δεκαδική κλασματική μονάδα, η οποία αντιστοιχεί σε ένα ποσό, και θέλουμε να υπολογίσουμε το αρχικό ποσό, πολλαπλασιάζουμε το ποσό με το 10.
- Κλάσματα τα οποία εκφράζουν την ίδια ακριβώς ποσότητα, ενώ οι όροι τους είναι διαφορετικοί, λέγονται ισοδύναμα. Μπορούμε να κατασκευάσουμε ισοδύναμα κλάσματα πολλαπλασιάζοντας τους δύο όρους του κλάσματος με τον ίδιο αριθμό ή διαιρώντας τους δύο όρους του κλάσματος με τον ίδιο αριθμό. Η εύρεση ενός ισοδύναμου κλάσματος με μικρότερους όρους λέγεται απλοποίηση του κλάσματος
- Μπορούμε να μετατρέψουμε οποιοδήποτε κλάσμα σε δεκαδικό αριθμό. Η μετατροπή αυτή γίνεται διαιρώντας τον αριθμητή δια του παρονομαστή του κλάσματος.
- Κλάσματα τα οποία έχουν ίδιους παρονομαστές ονομάζονται ομώνυμα, ενώ κλάσματα τα οποία έχουν διαφορετικούς παρονομαστές ονομάζονται ετερόνυμα.
- Μπορούμε να συγκρίνουμε ετερόνυμα κλάσματα, είτε μετατρέποντας τα σε ισοδύναμα ομώνυμα, είτε μετατρέποντας τα σε δεκαδικούς αριθμούς.
- Όταν έχουμε μια σειρά από μετρήσεις, οι οποίες αφορούν το ίδιο θέμα, μπορούμε να τις προσθέσουμε και να διαιρέσουμε το άθροισμα με το πλήθος των μετρήσεων. Ο αριθμός ο οποίος προκύπτει με αυτόν τον τρόπο ονομάζεται μέσος όρος των μετρήσεων.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 22ο

## Έννοια του ποσοστού

### Στην περίοδο των εκπτώσεων

#### Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:

- Ένα εκατοστιαίο κλάσμα (κλάσμα με παρονομαστή 100), μπορεί να γραφεί με συμβολικό τρόπο ως **ποσοστό στα εκατό**. Το σύμβολό του είναι % (π.χ. αντί να πούμε ότι το ενοίκιο του σπιτιού αυξήθηκε κατά  $\frac{4}{100}$  είναι προτιμότερο να πούμε ότι αυξήθηκε κατά 4%). Αντίστοιχα, ένα κλάσμα με παρονομαστή 1000, μπορεί να γραφεί με συμβολικό τρόπο ως **ποσοστό στα χίλια**. Το σύμβολό του είναι ‰.
- Το ποσοστό στα εκατό (%), αφού είναι εκατοστιαίο κλάσμα, μπορεί να γραφεί και ως δεκαδικός αριθμός, αρκεί να γράψουμε μόνο τον αριθμητή του κλάσματος και να χωρίσουμε με υποδιαστολή δύο δεκαδικά ψηφία (π.χ. 4% ή γίνεται 0,04).
- Αντίστροφα, ένα κλάσμα, το οποίο δεν είναι εκατοστιαίο, μετατρέπεται σε δεκαδικό, άρα και σε ποσοστό, διαιρώντας τον αριθμητή δια του παρονομαστή (π.χ. επιτυχία 18 στα 25 καλάθια σημαίνει κλάσμα  $\frac{18}{25}$ , άρα  $18:25 = 0,72$  ή 72%).
- Για να υπολογίσουμε το ποσοστό ενός αριθμού, γράφουμε το ποσοστό σε δεκαδική ή κλασματική μορφή και το πολλαπλασιάζουμε με τον αριθμό (π.χ. το 25% του αριθμού 60 είναι  $0,25 \cdot 60 = 15$  ή  $\frac{25}{100} \cdot 60 = 15$ ).
- **ΠΡΟΣΟΧΗ:** Το 3% είναι  $\frac{3}{100}$  άρα 0,03 και όχι 0,3. επίσης, το 0,6 σημαίνει 0,60, άρα 60% και όχι 6%.

### Διαλέγουμε τι τρώμε

Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:

- Όταν γνωρίζω το ποσοστό, το οποίο περιέχεται σε ένα σύνολο, και θέλω να υπολογίσω τον αριθμό, τον οποίο αντιπροσωπεύει αυτό το ποσοστό στο σύνολο, παίρνω το ποσοστό στη δεκαδική μορφή του και πολλαπλασιάζω με το σύνολο (π.χ. αν μια σοκολάτα 500 γραμμαρίων περιέχει 15% ζάχαρη, τότε περιέχει  $0,15 \cdot 500 = 75$  γραμμάρια ζάχαρης).
- Αντίστροφα, όταν γνωρίζω το ποσό, το οποίο περιέχεται σε ένα σύνολο, και θέλω να υπολογίσω το ποσοστό το οποίο αντιπροσωπεύει αυτό το ποσό στο σύνολο, διαιρώ το ποσό το οποίο γνωρίζω δια του συνόλου οπότε προκύπτει το ποσοστό στη δεκαδική μορφή του (π.χ. αν μια σοκολάτα 200 γραμμαρίων περιέχει 130 γραμμάρια κακάο, τότε η περιεκτικότητά της σε κακάο είναι  $130:200 = 0,65$ , δηλαδή 65%).

### Καρέτα - Καρέτα

Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:

Το άθροισμα των μηκών όλων των πλευρών ενός σχήματος λέγεται **περίμετρος** του σχήματος.

### Το ΤΑΝΓΚΡΑΜ

Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:

- Η μέτρηση της επιφάνειας, την οποία καταλαμβάνει ένα σχήμα, λέγεται **εμβαδό** του σχήματος.
- Δύο διαφορετικά σχήματα μπορούν να έχουν το ίδιο εμβαδό (καταλαμβάνοντας ίσες επιφάνειες). Τα σχήματα αυτά λέγονται **Ισοεμβαδικά**.
- Μπορούμε να υπολογίσουμε το εμβαδό ενός σύνθετου σχήματος χωρίζοντάς το σε επί μέρους απλούστερα σχήματα.

### Τετράγωνα ή τρίγωνα;

Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:

- Για να υπολογίσω το εμβαδό ενός τετραγώνου πολλαπλασιάζω την πλευρά του με τον εαυτό της (π.χ. το τετράγωνο με πλευρά 6 εκατοστά έχει εμβαδό  $6 \cdot 6 = 36$  τετραγωνικά εκατοστά).
- Για να υπολογίσω το εμβαδό ενός ορθογωνίου παραλληλογράμμου πολλαπλασιάζω το μήκος επί το πλάτος του (π.χ. το ορθογώνιο παραλληλόγραμμο με μήκος 5 και πλάτος 8 εκατοστά έχει εμβαδό  $5 \cdot 8 = 40$  τετραγωνικά εκατοστά).
- Για να υπολογίσω το εμβαδό ενός ορθογωνίου τριγώνου πολλαπλασιάζω τις δύο κάθετες πλευρές του και διαιρώ το γινόμενο δια 2 (π.χ. το ορθογώνιο τρίγωνο με κάθετες πλευρές 4 και 7 εκατοστά έχει εμβαδό  $\frac{4 \cdot 7}{2} = \frac{28}{2} = 14$  τετραγωνικά εκατοστά).

**ΠΡΟΣΟΧΗ:** Για να υπολογίσω το εμβαδό ενός σχήματος πρέπει όλες οι πλευρές να έχουν μετρηθεί με την ίδια μονάδα μέτρησης. Αν υπάρχει μέτρηση με διαφορετικές μονάδες, πρέπει να κάνουμε μετατροπές. Το αποτέλεσμα του εμβαδού είναι πάντοτε τετραγωνικές μονάδες (π.χ. τετραγωνικά μέτρα ή τετραγωνικά εκατοστά).

**Προετοιμασία για θεατρική παράσταση**

**Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:**

- Για να πολλαπλασιάσουμε δύο κλάσματα πολλαπλασιάζουμε πρώτα τους αριθμητές και το γινόμενο το γράφουμε ως αριθμητή και στη συνέχεια πολλαπλασιάζουμε τους παρονομαστές και το γινόμενο το γράφουμε ως παρονομαστή (π.χ.  $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 7} = \frac{10}{21}$ ).
- Δύο αριθμοί λέγονται **αντίστροφοι** αν το γινόμενό τους είναι 1 (π.χ. αντίστροφος του  $\frac{5}{8}$  είναι ο αριθμός  $\frac{8}{5}$  διότι  $\frac{5}{8} \cdot \frac{8}{5} = \frac{40}{40} = 1$ ).
- Αν πολλαπλασιάσουμε δύο δεκαδικούς ή κλασματικούς αριθμούς μικρότερους από τη μονάδα, το γινόμενό τους θα είναι μικρότερο από τη μονάδα, αλλά και μικρότερο από τους δύο αριθμούς (π.χ.  $\frac{3}{4} \cdot \frac{6}{9} = \frac{18}{36} < 1$  ή  $0,7 \cdot 0,32 = 0,224 < 1$ ).

**Η βιβλιοθήκη**

**Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:**

- Όταν θέλουμε να βρούμε πόσες φορές χωράει ένας αριθμός σε έναν άλλο αριθμό, κάνουμε διαίρεση. Η διαίρεση αυτή λέγεται **διαίρεση μέτρησης**. Οι αριθμοί μπορεί να είναι φυσικοί, δεκαδικοί ή κλασματικοί.
- Αν στη διαίρεση ένας τουλάχιστον από τους δύο αριθμούς είναι κλασματικός, τότε:
  1. Μετατρέπω και τον άλλο αριθμό σε κλασματικό αν δεν είναι.
  2. Μετατρέπω τα κλάσματα σε ομώνυμα, αν δεν είναι, πολλαπλασιάζοντας και τους δύο όρους του κλάσματος με τον ίδιο αριθμό.
  3. **Διαιρώ μόνο τους αριθμητές**. Το πηλίκο τους είναι το αποτέλεσμα.

**Παράδειγμα**

Για να βρω πόσες φορές χωράει ο αριθμός  $\frac{2}{5}$  στο 8, διαιρώ 8 :  $\frac{2}{5} = \frac{8}{1} : \frac{2}{5} = \frac{8 \cdot 5}{1 \cdot 5} : \frac{2}{5} = \frac{40}{5} : \frac{2}{5} = 40 : 2 = 20$

**Λύνω προβλήματα με εποπτικό υλικό**

**Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:**

- Πριν ξεκινήσω τη λύση ενός προβλήματος κάνω μια εκτίμηση για το αποτέλεσμα, στρογγυλοποιώντας τους αριθμούς και κάνοντας πράξεις κατά προσέγγιση (στο περίπου).
- Αφού το λύσω με ακρίβεια, **ελέγχω το αποτέλεσμα σε σχέση με την εκτίμησή μου**. Αν η απόσταση είναι αδικαιολόγητα μεγάλη, προσπαθώ να χρησιμοποιήσω άλλη στρατηγική (άλλη μέθοδο) για τη λύση. Φυσικά, στο τέλος, **ελέγχω το αποτέλεσμα με τη λογική** (π.χ. αν η λύση σε ένα πρόβλημα είναι 4,5 άνθρωποι, είναι φανερό ότι κάτι δεν πήγε καλά).

**Οι βασικές γνώσεις τις οποίες μάθαμε στα κεφάλαια αυτά είναι:**

- Ένα εκατοστιαίο κλάσμα (κλάσμα με παρονομαστή 100), μπορεί να γραφεί με συμβολικό τρόπο ως ποσοστό στα εκατό και σύμβολο %. Το ποσοστό στα εκατό, αφού είναι εκατοστιαίο κλάσμα, μπορεί να γραφεί και ως δεκαδικός αριθμός.
- Το άθροισμα των μηκών όλων των πλευρών ενός σχήματος λέγεται **περίμετρος** του σχήματος.
- Η μέτρηση της επιφάνειας, την οποία καταλαμβάνει ένα σχήμα, λέγεται **εμβαδόν** του σχήματος.  
**Εμβαδό τετραγώνου:** πολλαπλασιάζουμε την πλευρά του με τον εαυτό της.  
**Εμβαδό ορθογωνίου παραλληλογράμμου:** πολλαπλασιάζουμε το μήκος επί το πλάτος του.

Εμβαδό ορθογωνίου τριγώνου: πολλαπλασιάζουμε τις δύο κάθετες πλευρές του και διαιρούμε το γινόμενο δια 2.

- Για να πολλαπλασιάσουμε δύο κλάσματα πολλαπλασιάζουμε πρώτα τους αριθμητές και το γινόμενο το γράφουμε ως αριθμητή και στη συνέχεια πολλαπλασιάζουμε τους παρονομαστές και το γινόμενο το γράφουμε ως παρονομαστή.

Δύο αριθμοί λέγονται αντίστροφοι αν το γινόμενό τους είναι 1.

- Όταν θέλουμε να βρούμε πόσες φορές χωράει ένας αριθμός σε έναν άλλο αριθμό, κάνουμε διαίρεση. Αν στη διαίρεση ένας τουλάχιστον από τους δύο αριθμούς είναι κλασματικός, τότε:

1. Μετατρέπουμε και τον άλλο αριθμό σε κλασματικό αν δεν είναι.
2. Μετατρέπουμε τα κλάσματα σε ομώνυμα, αν δεν είναι, πολλαπλασιάζοντας και τους δύο όρους του κλάσματος με τον ίδιο αριθμό.
3. Διαιρούμε μόνο τους αριθμητές. Το πηλίκο τους είναι το αποτέλεσμα της διαίρεσης των κλασμάτων.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 306

## Μονάδες μέτρησης μήκους- Μετατροπές (α)

### Σωματομετρία

**Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:**

- Μονάδα μέτρησης του μήκους είναι το **μέτρο**. Ένα μέτρο υποδιαιρείται σε 10 **δεκατόμετρα**, κάθε δεκατόμετρο υποδιαιρείται σε 10 **εκατοστά** και κάθε εκατοστό σε 10 **χιλιοστά**. Μονάδα πολλαπλάσια του μέτρου είναι το **χιλιόμετρο**, το οποίο αποτελείται από 1.000 μέτρα.
- **Για να κάνουμε πράξεις μεταξύ μετρήσεων μήκους, πρέπει όλες οι μετρήσεις να έχουν γίνει με την ίδια μονάδα.** Χρειάζεται, λοιπόν, συχνά να κάνουμε μετατροπές από μια μονάδα σε άλλη. Όταν θέλουμε να μετατρέψουμε μια μεγαλύτερη μονάδα σε μικρότερη, πολλαπλασιάζουμε με το 10, το 100 ή το 1.000 (π.χ. ένας μαθητής στην Δ΄ τάξη είχε ύψος 1,24 μέτρα, ενώ στην Ε΄ το ύψος του αυξήθηκε κατά 8 εκατοστά, άρα το ύψος του ήταν  $1,24 \cdot 100 = 124$  εκατοστά και έγινε  $124+8 = 132$  εκατοστά).

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 310

## Μονάδες μέτρησης μήκους: Μετατροπές (β)

### Βουνά και θάλασσες

**Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:**

Όταν θέλουμε να μετατρέψουμε μια μικρότερη μονάδα μήκους σε μεγαλύτερη, διαιρούμε με το 10, το 100 ή το 1.000 (π.χ. 34 χιλιοστά ισοδυναμούν με  $34:1000 = 0,034$  μέτρα).

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 320

## Μονάδες Μέτρησης Επιφάνειας: Μετατροπές

### Το τετραγωνικό μέτρο

**Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:**

Το αποτέλεσμα της μέτρησης μιας επιφάνειας ονομάζεται **εμβαδό** της επιφάνειας.

Μονάδα μέτρησης της επιφάνειας είναι το **τετραγωνικό μέτρο**. Ένα τετραγωνικό μέτρο είναι ένα τετράγωνο του οποίου κάθε πλευρά έχει μήκος 10 δεκατόμετρα, άρα το εμβαδό του σε δεκατόμετρα είναι  $10 \cdot 10 = 100$  τετραγωνικά δεκατόμετρα. Άρα το τετραγωνικό μέτρο υποδιαιρείται σε 100 **τετραγωνικά δεκατόμετρα**. Με τον ίδιο τρόπο διαπιστώνουμε ότι κάθε τετραγωνικό δεκατόμετρο υποδιαιρείται σε 100 **τετραγωνικά εκατοστά** και κάθε τετραγωνικό εκατοστό σε 100 **τετραγωνικά χιλιοστά**. Πολλαπλάσια του τετραγωνικού μέτρου μονάδα είναι το **τετραγωνικό χιλιόμετρο**, το οποίο αποτελείται από 1.000.000 τετραγωνικά μέτρα (αφού είναι ένα τετράγωνο του οποίου κάθε πλευρά έχει μήκος 1.000 μέτρα, άρα το εμβαδό του σε μέτρα είναι  $1000 \cdot 1000 = 1.000.000$  τετραγωνικά μέτρα).

**Για να κάνουμε πράξεις μεταξύ μετρήσεων επιφάνειας, πρέπει όλες οι μετρήσεις να έχουν γίνει με την ίδια μονάδα.** Χρειάζεται, λοιπόν, συχνά να κάνουμε μετατροπές από μια μονάδα σε άλλη. Η μετατροπή μεγαλύτερης μονάδας σε μικρότερη, γίνεται με πολλαπλασιασμό, ενώ η μετατροπή μικρότερης μονάδας σε μεγαλύτερη, γίνεται με διαίρεση (π.χ. ένα τραπέζι έχει εμβαδό 1,2 τετραγωνικά μέτρα και ένα άλλο 9.000 τετραγωνικά εκατοστά, άρα το πρώτο τραπέζι έχει εμβαδό  $1,2 \cdot 10.000 = 12.000$  τετραγωνικά εκατοστά, ενώ αν ενωθούν σχηματίζεται ένα τραπέζι με συνολικό εμβαδό και  $12.000+9.000 = 21.000$  τετραγωνικά εκατοστά).

Οι χαρταετοί

Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:

- Μπορούμε να υπολογίσουμε το εμβαδό ενός σύνθετου γεωμετρικού σχήματος, αναλύοντας το σε απλά γεωμετρικά σχήματα, των οποίων μπορούμε να υπολογίσουμε το εμβαδό (τετράγωνα, ορθογώνια παραλληλόγραμμα και ορθογώνια τρίγωνα).

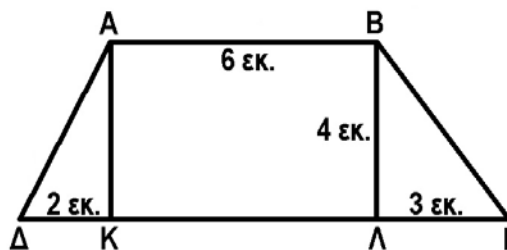
Παράδειγμα

Για να υπολογίσουμε το εμβαδό του σχήματος ΑΒΓΔ, παρατηρούμε ότι αναλύεται σε ένα ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο ΑΒΚΛ και σε δύο ορθογώνια τρίγωνα ΑΚΔ και ΒΛΓ. Υπολογίζουμε κάθε εμβαδό χωριστά.

$$E_{ΑΒΚΛ} = 4 \cdot 6 = 24 \text{ τετραγωνικά εκατοστά. } E_{ΑΚΔ} = \frac{2 \cdot 4}{2} =$$

$$4 \text{ τετραγωνικά εκατοστά. } E_{ΒΛΓ} = \frac{3 \cdot 4}{2} = 6 \text{ τετραγωνικά}$$

εκατοστά. Το συνολικό εμβαδό του σχήματος, λοιπόν, είναι  $24 + 4 + 6 = 34$  τετραγωνικά εκατοστά. Το σχήμα αυτό, το οποίο έχει δύο απέναντι πλευρές παράλληλες, ονομάζεται **τραπέζιο**.



Γάλα με δημητριακά

Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:

Γνωρίζουμε ότι η διαίρεση και ο πολλαπλασιασμός είναι αντίστροφες πράξεις. Μπορούμε λοιπόν, **αντί να διαιρέσουμε με έναν αριθμό να πολλαπλασιάσουμε με τον αντίστροφό του.**

Παράδειγμα

Αντί να κάνουμε τη διαίρεση  $8 : \frac{2}{5}$ , πολλαπλασιάζουμε το 8 με τον αντίστροφο του  $\frac{2}{5}$ , δηλαδή  $8 \cdot \frac{5}{2} = \frac{8 \cdot 5}{2}$

$$= \frac{40}{2} = 20.$$

~~Πολλαπλασιασμός ή διαίρεση:~~

Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:

- ~~Ο πολλαπλασιασμός και η διαίρεση είναι αντίστροφες πράξεις, δηλαδή καθεμιά ακυρώνει την άλλη. Αν, για παράδειγμα, πάρουμε τον αριθμό 18 και τον διαιρέσουμε με το 6 θα βγει πηλίκο 3. Στη συνέχεια πολλαπλασιάζοντας το 3 με το 6 θα ξαναγυρίσουμε στο 18, από όπου ξεκινήσαμε. Το ίδιο θα συμβεί αν πάρουμε έναν αριθμό, τον πολλαπλασιάσουμε επί 5 και, στη συνέχεια, διαιρέσουμε το γινόμενο δια 5. Το αποτέλεσμα θα είναι ο αρχικός αριθμός.~~
- ~~Από αυτά που δίνει (δεδομένα) και από αυτά που ζητάει (ζητούμενα) κάθε πρόβλημα εξαρτάται αν θα κάνουμε διαίρεση ή πολλαπλασιασμό. Αν, για παράδειγμα, ξέρουμε την τιμή του ενός κιλού και ψάχνουμε την τιμή των 8 κιλών, θα πολλαπλασιάσουμε επί 8. Αντίθετα, αν ξέρουμε την τιμή των 8 κιλών και ψάχνουμε την τιμή του τις κιλού, θα διαιρέσουμε δια 8.~~

Οι βασικές γνώσεις τις οποίες μάθαμε στα κεφάλαια αυτά είναι:

- Μονάδα μέτρησης του μήκους είναι το μέτρο. Ένα μέτρο υποδιαιρείται σε 10 δεκατόμετρα, κάθε δεκατόμετρο υποδιαιρείται σε 10 εκατοστά και κάθε εκατοστό σε 10 χιλιοστά. Μονάδα πολλαπλάσια του μέτρου είναι το χιλιόμετρο, το οποίο αποτελείται από 1.000 μέτρα.  
Για να κάνουμε πράξεις μεταξύ μετρήσεων μήκους, πρέπει όλες οι μετρήσεις να έχουν γίνει με την ίδια μονάδα. Χρειάζεται, λοιπόν, συχνά να κάνουμε μετατροπές από μια μονάδα σε άλλη. Όταν θέλουμε να μετατρέψουμε μια μεγαλύτερη μονάδα σε μικρότερη, πολλαπλασιάζουμε με το 10, το 100 ή το 1.000, ενώ όταν θέλουμε να μετατρέψουμε μια μικρότερη μονάδα σε μεγαλύτερη, διαιρούμε με το 10, το 100 ή το 1.000.
- Το αποτέλεσμα της μέτρησης μιας επιφάνειας ονομάζεται εμβαδόν της επιφάνειας. Μονάδα μέτρησης του εμβαδού είναι το τετραγωνικό μέτρο. Το τετραγωνικό μέτρο υποδιαιρείται σε 100 τετραγωνικά δεκατόμετρα, κάθε τετραγωνικό δεκατόμετρο υποδιαιρείται σε 100 τετραγωνικά εκατοστά και κάθε τετραγωνικό εκατοστό σε 100 τετραγωνικά χιλιοστά. Πολλαπλάσια του τετραγωνικού μέτρου μονάδα είναι το τετραγωνικό χιλιόμετρο, το οποίο αποτελείται από 1.000.000 τετραγωνικά μέτρα.  
Για να κάνουμε πράξεις μεταξύ μετρήσεων επιφάνειας, πρέπει όλες οι μετρήσεις να έχουν γίνει με την ίδια μονάδα. Χρειάζεται, λοιπόν, συχνά να κάνουμε μετατροπές από μια μονάδα σε άλλη. Οι μετατροπές γίνονται όπως και στις απλές μονάδες μήκους, εδώ όμως πολλαπλασιάζουμε ή διαιρούμε με το 100, το 10.000 ή το 1.000.000.  
Για να υπολογίσουμε το εμβαδόν ενός σύνθετου γεωμετρικού σχήματος, το αναλύουμε σε απλά γεωμετρικά σχήματα, των οποίων το εμβαδόν μπορούμε να υπολογίσουμε (τετράγωνο, ορθογώνιο παραλληλεπίπεδο και ορθογώνιο τρίγωνο).
- Ο πολλαπλασιασμός και η διαίρεση είναι αντίστροφες πράξεις. Όταν, λοιπόν, θέλουμε να διαιρέσουμε δύο αριθμούς, από τους οποίους ο ένας ή και οι δύο είναι κλάσματα, αντί να διαιρέσουμε κάνουμε πολλαπλασιασμό με τον αντίστροφο του διαιρέτη.

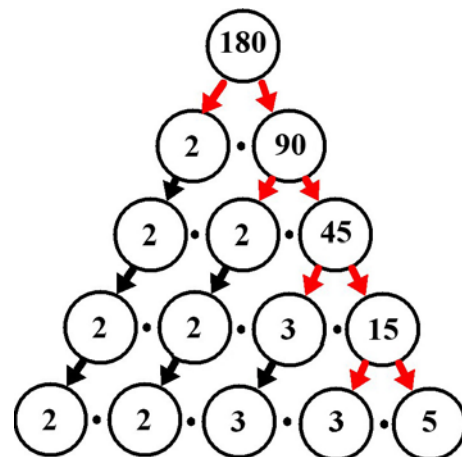
## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 36ο

## Διαιρέτες και πολλαπλάσια

### Παιχνίδι με μουσικά όργανα

Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:

- **Πολλαπλάσια** ενός αριθμού λέγονται οι αριθμοί τους οποίους σχηματίζουμε πολλαπλασιάζοντας τον αριθμό με διάφορους φυσικούς αριθμούς (π.χ. για να βρούμε τα πέντε πρώτα πολλαπλάσια του 7, πολλαπλασιάζουμε το 7 με το 1, το 2, το 3, το 4 και το 5 και παίρνουμε 7, 14, 21, 28 και 35).
- Δύο ή περισσότεροι αριθμοί μπορούν να έχουν **κοινά** (ίδια) **πολλαπλάσια**. Μπορούμε να τα βρούμε γράφοντας τα πολλαπλάσια κάθε αριθμού με τη σειρά ή τοποθετώντας τα πολλαπλάσια κάθε αριθμού στην αριθμογραμμή ή κάνοντας πίνακα (π.χ. τα πολλαπλάσια του 4 είναι 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, ..., ενώ τα πολλαπλάσια του 6 είναι 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, ... Άρα τα κοινά τους πολλαπλάσια είναι 12, 24, 36, ...).
- **Διαιρέτες** ενός αριθμού λέγονται οι φυσικοί αριθμοί με τους οποίους διαιρείται ακριβώς ο αριθμός (π.χ. διαιρέτες του 36 είναι οι αριθμοί 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18 και 36).
- Μπορούμε να **αναλύσουμε έναν αριθμό σε γινόμενο** με τέτοιο τρόπο ώστε να μην αναλύεται περισσότερο, χρησιμοποιώντας την προπαίδεια και αναλύοντας κάθε παράγοντα όσο γίνεται (π.χ. το 180 αναλύεται  $180 = 2 \cdot 90 = 2 \cdot 2 \cdot 45 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 15 = 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5$ . Παρατηρούμε ότι δεν αναλύεται άλλο). Η ανάλυση αυτή μπορεί να γίνει και με δένδrogramma (βλ. Διπλανό σκίτσο).



**Στο Πατρινό καρναβάλι**

**Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:**

- Ένας αριθμός διαιρείται ακριβώς με το 2, όταν το τελευταίο ψηφίο του είναι άρτιο, δηλαδή 0, 2, 4, 6 ή 8.
- Ένας αριθμός διαιρείται ακριβώς με το 5, όταν το τελευταίο ψηφίο του είναι 0 ή 5.
- Ένας αριθμός διαιρείται ακριβώς με το 10, όταν το τελευταίο ψηφίο του είναι 0.
- Οι παραπάνω κανόνες λέγονται **κριτήρια διαιρετότητας**, διότι μας επιτρέπουν να βρούμε αν ένας αριθμός διαιρείται ακριβώς με κάποιον άλλο χωρίς να κάνουμε τη διαίρεση.

**Στην Εγνατία οδό**

**Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:**

- Το μικρότερο από τα κοινά πολλαπλάσια δύο ή περισσότερων αριθμών, λέγεται **Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο** και συμβολίζεται με τη συντομογραφία **Ε.Κ.Π.**
- Μπορούμε να βρούμε το Ε.Κ.Π. δύο ή περισσότερων αριθμών, βρίσκοντας τα πολλαπλάσια κάθε αριθμού και εντοπίζοντας τα κοινά πολλαπλάσια, όπως μάθαμε στο κεφάλαιο 36, οπότε αμέσως βλέπουμε ποιο είναι το μικρότερο από τα κοινά πολλαπλάσια. Υπάρχει όμως και ένας πρακτικός τρόπος εύρεσης του Ε.Κ.Π. Διαλέγουμε τον μεγαλύτερο από τους αριθμούς και εξετάζουμε αν αυτός διαιρείται ακριβώς με τους άλλους. Αν διαιρείται είναι το Ε.Κ.Π. Αν όχι τον διπλασιάζουμε, τον τριπλασιάζουμε, κ.λπ. μέχρι να βρούμε αριθμό ο οποίος να διαιρείται ακριβώς με τους άλλους. Αυτός ο αριθμός είναι το Ε.Κ.Π. (π.χ. ψάχνοντας το Ε.Κ.Π. του 4 και του 6, διαλέγουμε το 6 ως μεγαλύτερο, και εξετάζουμε αν διαιρείται ακριβώς με το 4. Αφού δεν διαιρείται, το διπλασιάζουμε οπότε γίνεται 12, το οποίο διαιρείται με το 4, άρα το 12 είναι το Ε.Κ.Π.).

**Πηγές ενημέρωσης**

**Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:**

Για να προσθέσουμε ή να αφαιρέσουμε ετερόνυμα κλάσματα πρέπει πρώτα να τα μετατρέψουμε σε ομώνυμα, βρίσκοντας ισοδύναμα κλάσματα με κοινό παρονομαστή. Η μετατροπή γίνεται με τον παρακάτω τρόπο:

- Βρίσκουμε το Ε.Κ.Π. των παρονομαστών.
- Διαιρούμε το Ε.Κ.Π. το οποίο βρήκαμε με κάθε παρονομαστή.
- Κάθε πηλίκο το οποίο βρήκαμε διαιρώντας, το πολλαπλασιάζουμε με τους όρους του αντιστοίχου κλάσματος.

Αφού γίνουν τα κλάσματα ομώνυμα, προσθέτουμε ή αφαιρούμε τους αριθμητές και αφήνουμε τον ίδιο παρονομαστή.

**Παράδειγμα**

Για να προσθέσουμε τα κλάσματα  $\frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{5}{6}$ :

- Βρίσκουμε το Ε.Κ.Π. των παρονομαστών 3, 4, 6 το οποίο είναι το 12.
- Διαιρούμε το Ε.Κ.Π. των παρονομαστών με κάθε παρονομαστή, δηλαδή  $12:3 = 4$ ,  $12:4 = 3$ ,  $12:6 = 2$ .
- Πολλαπλασιάζουμε τους όρους κάθε κλάσματος με το πηλίκο το οποίο βρήκαμε από τη διαίρεση, για το αντίστοιχο κλάσμα και κάνουμε την πρόσθεση:

$$\frac{2}{3} + \frac{1}{4} + \frac{5}{6} = \frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} + \frac{1 \cdot 3}{4 \cdot 3} + \frac{5 \cdot 2}{6 \cdot 2} = \frac{8}{12} + \frac{3}{12} + \frac{10}{12} = \frac{8+3+10}{12} = \frac{21}{12}$$

## Σχολικές δραστηριότητες

## Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:

Όταν αντιμετωπίζουμε σύνθετα προβλήματα, χρησιμοποιούμε ορισμένες τεχνικές οι οποίες μας διευκολύνουν. Τέτοιες τεχνικές είναι:

- Βρίσκουμε ενδιάμεσα ερωτήματα τα οποία μας διευκολύνουν.
- Αντικαθιστούμε τα δεδομένα με απλούστερα, αν γίνεται, (π.χ. το κλάσμα  $\frac{46}{200}$  με το δεκαδικό 0,23 ή με το ποσοστό 23 %) ώστε το μέγεθος ή η μορφή των αριθμών να μη μας δυσκολεύουν.
- Αν αποτύχουμε στη λύση ψάχνουμε για άλλους διαφορετικούς τρόπους λύσης.

## Παράδειγμα

Η Ελπινίκη έχει μια συλλογή από 690 αυτοκόλλητα, μοιρασμένα σε 3 ειδικά άλμπουμ. Στο πρώτο έχει τοποθετήσει τα  $\frac{6}{23}$  της συλλογής της και στο δεύτερο τα  $\frac{4}{15}$ . Πόσα αυτοκόλλητα περιέχει κάθε άλμπουμ; Τι μέρος της συλλογής περιέχεται στο τρίτο άλμπουμ;

## Λύση

Για να βρούμε πόσα αυτοκόλλητα περιέχει το πρώτο άλμπουμ πρέπει να υπολογίσουμε τα  $\frac{6}{23}$  του 690, που είναι  $690 : 23 = 30$ ,  $6 \cdot 30 = 180$  αυτοκόλλητα.

Για να βρούμε πόσα αυτοκόλλητα περιέχει το δεύτερο άλμπουμ πρέπει να υπολογίσουμε τα  $\frac{4}{15}$  του 690, που είναι  $690 : 15 = 46$ ,  $4 \cdot 46 = 184$  αυτοκόλλητα.

Επομένως τα δύο άλμπουμ μαζί περιέχουν:  $180 + 184 = 364$  αυτοκόλλητα.

Άρα, το τρίτο άλμπουμ περιέχει:  $690 - 364 = 326$  αυτοκόλλητα.

Το τρίτο άλμπουμ, λοιπόν, περιέχει τα  $\frac{326}{690}$  της συλλογής ή απλοποιώντας τα  $\frac{163}{345}$  της συλλογής.

## Επαναληπτικό 6

## Κεφάλαια 36- 40

## Οι βασικές γνώσεις τις οποίες μάθαμε στα κεφάλαια αυτά είναι:

- Πολλαπλάσια ενός αριθμού λέγονται οι αριθμοί τους οποίους σχηματίζουμε πολλαπλασιάζοντας τον αριθμό με διάφορους φυσικούς αριθμούς. Δύο ή περισσότεροι αριθμοί μπορούν να έχουν κοινά πολλαπλάσια. Μπορούμε να τα βρούμε γράφοντας τα πολλαπλάσια κάθε αριθμού με τη σειρά ή τοποθετώντας τα πολλαπλάσια κάθε αριθμού στην αριθμογραμμή ή κάνοντας πίνακα. Το μικρότερο από τα κοινά πολλαπλάσια δύο ή περισσότερων αριθμών, λέγεται Ελάχιστο Κοινό Πολλαπλάσιο και συμβολίζεται με τη συντομογραφία Ε.Κ.Π. Το Ε.Κ.Π. είναι πολύ χρήσιμο στην πρόσθεση και στην αφαίρεση ετερονύμων κλασμάτων, διότι για να προσθέσουμε ή να αφαιρέσουμε ετερόνυμα κλάσματα πρέπει πρώτα να τα μετατρέψουμε σε ομώνυμα, βρίσκοντας ισοδύναμα κλάσματα με κοινό παρονομαστή. Η μετατροπή γίνεται με τον παρακάτω τρόπο:
  1. Βρίσκουμε το Ε.Κ.Π. των παρονομαστών.
  2. Διαιρούμε το Ε.Κ.Π. το οποίο βρήκαμε με κάθε παρονομαστή.
  3. Κάθε πηλίκιο το οποίο βρήκαμε διαιρώντας, το πολλαπλασιάζουμε με τους όρους του αντιστοίχου κλάσματος.
 Αφού γίνουν τα κλάσματα ομώνυμα, προσθέτουμε ή αφαιρούμε τους αριθμητές και αφήνουμε τον ίδιο παρονομαστή.
- Διαιρέτες ενός αριθμού λέγονται οι φυσικοί αριθμοί με τους οποίους διαιρείται ακριβώς ο αριθμός.
- Τα κριτήρια διαιρετότητας μας επιτρέπουν να βρούμε αν ένας αριθμός διαιρείται ακριβώς με κάποιον άλλο χωρίς να κάνουμε τη διαίρεση. Είναι τα παρακάτω:
  - Ένας αριθμός διαιρείται ακριβώς με το 2, όταν το τελευταίο ψηφίο του είναι άρτιο, δηλαδή 0, 2, 4, 6 ή 8.
  - Ένας αριθμός διαιρείται ακριβώς με το 5, όταν το τελευταίο ψηφίο του είναι 0 ή 5.
  - Ένας αριθμός διαιρείται ακριβώς με το 10, όταν το τελευταίο ψηφίο του είναι 0.

## Οι βεντάλιες

Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:

- Η γωνία σχηματίζεται από ένα σημείο το οποίο λέγεται **κορυφή** και δύο ευθείες οι οποίες λέγονται **πλευρές**.
- Για να ονομάσουμε μια γωνία γράφουμε ένα κεφαλαίο γράμμα δίπλα στην κορυφή της, με ένα σχήμα γωνίας από πάνω (π.χ.  $\hat{A}$ )
- Μετρώ μια γωνία, σημαίνει ότι υπολογίζω το άνοιγμά της.
- Μονάδα μέτρησης των γωνιών είναι η **μοίρα** ( $1^\circ$ ).
- Το όργανο, το οποίο χρησιμοποιούμε για να μετρήσουμε μια γωνία ή για να κατασκευάσουμε μια γωνία, λέγεται **μοιρογνωμόνιο**.
- Η γωνία, η οποία έχει άνοιγμα  $90^\circ$ , λέγεται **ορθή**.

Αν μια γωνία είναι μικρότερη από  $90^\circ$  λέγεται **οξεία**, ενώ αν είναι μεγαλύτερη από  $90^\circ$  λέγεται **αμβλεία**.

## Επίσκεψη στην έκθεση (α')

Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:

Υπάρχουν τρία είδη τριγώνων σε σχέση με το είδος των γωνιών τους:

- Αν όλες οι γωνίες ενός τριγώνου είναι οξείες, τότε το τρίγωνο λέγεται **οξυγώνιο**.
- Αν ένα τρίγωνο έχει μια ορθή γωνία, λέγεται **ορθογώνιο**.
- Αν ένα τρίγωνο έχει μια αμβλεία γωνία, λέγεται **αμβλυγώνιο**.

Σε κάθε τρίγωνο το άθροισμα των τριών γωνιών του είναι πάντοτε  $180^\circ$ .

## Επίσκεψη στην έκθεση (β')

Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:

Υπάρχουν τρία είδη τριγώνων σε σχέση με τις πλευρές τους:

- Αν όλες οι πλευρές ενός τριγώνου είναι ίσες, τότε το τρίγωνο λέγεται **ισόπλευρο**.
- Αν δύο από τις πλευρές ενός τριγώνου είναι ίσες, τότε το τρίγωνο λέγεται **ισοσκελές**.
- Αν όλες οι πλευρές ενός τριγώνου είναι διαφορετικές μεταξύ τους, τότε το τρίγωνο λέγεται **σκαληνό**.

Στο ισόπλευρο τρίγωνο όλες οι γωνίες είναι μεταξύ τους ίσες.

Στο ισοσκελές τρίγωνο δύο από τις γωνίες του είναι μεταξύ τους ίσες.

## Σχολικοί αγώνες

Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:

- Δύο ευθείες οι οποίες τέμνονται και σχηματίζουν γωνίες  $90^\circ$  λέγονται **κάθετες**. Μπορούμε να σχεδιάσουμε κάθετες ευθείες χρησιμοποιώντας την ορθή γωνία του γνώμονα.
- Από ένα σημείο μπορούμε να χαράξουμε κάθετη προς μια ευθεία, χρησιμοποιώντας την ορθή γωνία του γνώμονα. Το κάθετο ευθύγραμμο τμήμα το οποίο προκύπτει, είναι η συντομότερη διαδρομή από το σημείο προς την ευθεία και ονομάζεται **απόσταση**.

Το κάθετο ευθύγραμμο τμήμα το οποίο ξεκινάει από μια κορυφή τριγώνου και τελειώνει στην απέναντι πλευρά του τριγώνου, ονομάζεται **ύψος** του τριγώνου. Κάθε τρίγωνο έχει τρία ύψη.

## Χαρτοδιπλωτική

**Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:**

- Όταν ένα σχήμα μπορεί να χωριστεί με μια ευθεία γραμμή σε δύο τμήματα, έτσι ώστε αν διπλώσουμε το χαρτί κατά μήκος αυτής της ευθείας γραμμής, το ένα τμήμα του σχήματος να συμπίπτει με το άλλο, τότε το σχήμα αυτό είναι **συμμετρικό ως προς άξονα συμμετρίας**, ενώ η ευθεία γραμμή η οποία χωρίζει το σχήμα στα δύο ονομάζεται **άξονας συμμετρίας**. Ένα σχήμα μπορεί να έχει έναν ή περισσότερους άξονες συμμετρίας.
- Όταν χωρίζουμε ένα σχήμα σε μικρότερα σχήματα για να υπολογίσουμε το εμβαδό, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε και τον άξονα συμμετρίας.

**Επαναληπτικό 7****Κεφάλαια 41- 45**

**Οι βασικές γνώσεις τις οποίες μάθαμε στα κεφάλαια αυτά είναι:**

- Η γωνία σχηματίζεται από ένα σημείο το οποίο λέγεται κορυφή και δύο ευθείες οι οποίες λέγονται πλευρές. Μετρώ μια γωνία, σημαίνει ότι υπολογίζω το άνοιγμά της. Μονάδα μέτρησης των γωνιών είναι η μοίρα ( $1^\circ$ ). Το όργανο, το οποίο χρησιμοποιούμε για να μετρήσουμε μια γωνία ή για να κατασκευάσουμε μια γωνία, λέγεται μοιρογνωμόνιο. Η γωνία, η οποία έχει άνοιγμα  $90^\circ$ , λέγεται ορθή. Αν μια γωνία είναι μικρότερη από  $90^\circ$  λέγεται οξεία, ενώ αν είναι μεγαλύτερη από  $90^\circ$  λέγεται αμβλεία.
- Υπάρχουν τρία είδη τριγώνων σε σχέση με το είδος των γωνιών τους, το οξυγώνιο (όλες οι γωνίες είναι οξείες), το ορθογώνιο (μια γωνία είναι ορθή) και το αμβλυγώνιο (μια γωνία είναι αμβλεία).
- Σε κάθε τρίγωνο το άθροισμα των τριών γωνιών του είναι πάντοτε  $180^\circ$ .
- Υπάρχουν τρία είδη τριγώνων σε σχέση με τις πλευρές τους, το ισόπλευρο (όλες οι πλευρές είναι ίσες), το ισοσκελές (δύο μόνο από τις πλευρές είναι ίσες) και το σκαληνό (όλες οι πλευρές είναι διαφορετικές). Στο ισόπλευρο τρίγωνο όλες οι γωνίες είναι μεταξύ τους ίσες, ενώ στο ισοσκελές τρίγωνο δύο από τις γωνίες του είναι μεταξύ τους ίσες.
- Δύο ευθείες οι οποίες τέμνονται και σχηματίζουν γωνίες  $90^\circ$  λέγονται κάθετες. Από ένα σημείο μπορούμε να χαράξουμε κάθετη προς μια ευθεία, χρησιμοποιώντας την ορθή γωνία του γνώμονα. Το κάθετο ευθύγραμμο τμήμα το οποίο προκύπτει, είναι η συντομότερη διαδρομή από το σημείο προς την ευθεία, γι' αυτό ονομάζεται απόσταση.
- Το κάθετο ευθύγραμμο τμήμα το οποίο ξεκινάει από μια κορυφή τριγώνου και τελειώνει στην απέναντι πλευρά του τριγώνου, ονομάζεται ύψος του τριγώνου. Κάθε τρίγωνο έχει τρία ύψη.
- Όταν ένα σχήμα μπορεί να χωριστεί με μια ευθεία γραμμή σε δύο τμήματα, έτσι ώστε αν διπλώσουμε το χαρτί κατά μήκος αυτής της ευθείας γραμμής, το ένα τμήμα του σχήματος να συμπίπτει με το άλλο, τότε το σχήμα αυτό είναι **συμμετρικό ως προς άξονα συμμετρίας**, ενώ η ευθεία γραμμή η οποία χωρίζει το σχήμα στα δύο ονομάζεται **άξονας συμμετρίας**. Ένα σχήμα μπορεί να έχει έναν ή περισσότερους άξονες συμμετρίας.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 46ο

## Αξιολόγηση πληροφοριών σ' ένα πρόβλημα

**Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:**

Τα δεδομένα (γνωστά) ενός προβλήματος μπορούν να δοθούν με διάφορους τρόπους:

- Με λόγια.
- Με ένα γεωμετρικό σχήμα (το οποίο αναλύεται σε απλούστερα).
- Με εικόνες.
- Με πίνακα.
- Με κανόνες παιχνιδιού.

Υπάρχει περίπτωση και συνδυασμού των παραπάνω τρόπων.

Εξετάζοντας κάθε φορά τα δεδομένα προσπαθούμε να ξεχωρίσουμε τις μαθηματικές πληροφορίες οι οποίες περιέχονται σ' αυτά και, με βάση αυτές τις πληροφορίες, να σχεδιάσουμε την κατάλληλη λύση.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 47ο Σύνθετα προβλήματα- Συνδυάζοντας πληροφορίες (α)

### Πτήσεις με... ανταπόκριση

**Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:**

Στο προηγούμενο κεφάλαιο είδαμε ότι ξεχωρίζοντας τις μαθηματικές πληροφορίες οι οποίες περιέχονται στα δεδομένα, σχεδιάζουμε την κατάλληλη λύση. Η επιτυχία στην εύρεση της λύσης εξαρτάται από την κατανόηση αυτών των πληροφοριών και τη σωστή αναδιοργάνωσή τους από εμάς. Δεν αρκεί όμως η εύρεση της λύσης. Πρέπει και η παρουσίασή της να γίνει με οργανωμένο και σαφή τρόπο, ώστε να είναι κατανοητή σ' αυτόν ο οποίος θα τη διαβάσει.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 48ο Αξιολόγηση πληροφοριών – Διόρθωση προβλήματος

### Γόρδιος Δεσμός

**Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:**

~~Κάποια προβλήματα είναι πιθανόν να μην λύνονται. Αν αντιμετωπίσουμε ένα πρόβλημα το οποίο δεν μπορεί να λυθεί, πρέπει να δηλώσουμε, εκτός από το ότι δεν λύνεται και το λόγο για τον οποίο δεν λύνεται. Οι λόγοι μπορεί να είναι διάφοροι:~~

- ~~• Τα δεδομένα είναι παράλογα.~~
- ~~• Τα δεδομένα είναι άσχετα μεταξύ τους και δεν συνδέονται.~~
- ~~• Τα δεδομένα αλληλοαναιρούνται.~~
- ~~• Τα δεδομένα είναι άσχετα με το ζητούμενο.~~
- ~~• Τα δεδομένα δεν επαρκούν ώστε να βρεθεί το ζητούμενο.~~

~~Βέβαια πριν καταλήξουμε στο συμπέρασμα ότι ένα πρόβλημα δεν μπορεί να λυθεί, πρέπει να το μελετήσουμε συστηματικά, όπως μάθαμε στα κεφάλαια 46 και 47, ώστε να είμαστε σίγουροι.~~

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 49ο Σύνθετα προβλήματα- Συνδυάζοντας πληροφορίες (β)

### Στο μάθημα της πληροφορικής

**Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:**

Η αντιμετώπιση ενός σύνθετου προβλήματος περιλαμβάνει τα εξής στάδια:

1. Εντοπίζουμε τις μαθηματικές πληροφορίες, οι οποίες περιέχονται στα δεδομένα.
2. Οργανώνουμε αυτές τις πληροφορίες.
3. Επιλέγουμε τρόπο λύσης.
4. Κάνουμε έναν πρόχειρο υπολογισμό του αποτελέσματος με στρογγυλοποιήσεις.
5. Υπολογίζουμε με ακρίβεια το αποτέλεσμα.
6. Ελέγχουμε το αποτέλεσμα αν είναι λογικό και αν απέχει πολύ από τον πρόχειρο υπολογισμό που κάναμε.
7. Κάνουμε επαλήθευση.

## ΚΕΦΑΛΑΙΟ 50ό Σμίκρυνση- Μεγέθυνση

### Γεωγραφία και Μαθηματικά

**Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:**

Αν θέλουμε να μεγαλώσουμε ή να μικρύνουμε μια εικόνα ή ένα σχήμα, το οποίο βρίσκεται μέσα σε πλέγμα (αν δεν βρίσκεται μέσα σε πλέγμα, πρέπει να σχεδιάσουμε εμείς το πλέγμα), μεγαλώνουμε ή να μικραίνουμε τα τετραγωνάκια του πλέγματος και μεταφέρουμε το σχήμα από κάθε τετραγωνάκι στο αντίστοιχο.

- Αν μεγαλώσουμε τα τετραγωνάκια του πλέγματος, κάνουμε **μεγέθυνση** του σχήματος.

- Αν μικρύνουμε τα τετραγωνάκια του πλέγματος, κάνουμε **σμίκρυνση** του σχήματος.
- Αν δεν μεγαλώσουμε ή μικρύνουμε τα τετραγωνάκια του πλέγματος, κάνουμε απλά **αναπαραγωγή** του σχήματος.

Η σχέση μεγέθυνσης ή σμίκρυνσης ανάμεσα σε δύο εικόνες ή σχήματα ονομάζεται **κλίμακα** και περιγράφεται με ένα κλάσμα (π.χ.  $\frac{1}{10000}$ ) ή μια διαίρεση (π.χ. 1:10.000). Αν, για παράδειγμα, η κλίμακα ενός χάρτη είναι 1:10.000, αυτό σημαίνει ότι ο χάρτης είναι 10.000 φορές μικρότερος από την πραγματικότητα.

**Όταν γνωρίζουμε την κλίμακα, μπορούμε να κάνουμε μετατροπές από το σχέδιο στην πραγματικότητα κάνοντας πολλαπλασιασμό και από την πραγματικότητα στο σχέδιο κάνοντας διαίρεση** (π.χ. 8 εκατοστά στο χάρτη ισοδυναμούν με  $8 \cdot 10000 = 80.000$  εκατοστά στην πραγματικότητα, δηλαδή 80000:100 = 800 μέτρα. Αντίθετα 1.500 μέτρα στην πραγματικότητα ισοδυναμούν με  $1500:10000 = 0,15$  μέτρα στο χάρτη, δηλαδή  $0,15 \cdot 100 = 15$  εκατοστά).

## Επαναληπτικό 8

## Κεφάλαια 46- 50

**Οι βασικές γνώσεις τις οποίες μάθαμε στα κεφάλαια αυτά είναι:**

- Τα δεδομένα ενός προβλήματος μπορούν να δοθούν με διάφορους τρόπους, με λόγια, με γεωμετρικό σχήμα, με εικόνα, με πίνακα ή με κανόνες παιχνιδιού. Υπάρχει περίπτωση και συνδυασμού των παραπάνω τρόπων.  
Εξετάζοντας κάθε φορά τα δεδομένα προσπαθούμε να ξεχωρίσουμε τις μαθηματικές πληροφορίες οι οποίες περιέχονται σ' αυτά και, με βάση αυτές τις πληροφορίες, να σχεδιάσουμε την κατάλληλη λύση.  
Η παρουσίασή της λύσης πρέπει να γίνει με οργανωμένο και σαφή τρόπο, ώστε να είναι κατανοητή σ' αυτόν ο οποίος θα τη διαβάσει.
- Είναι φανερό ότι δεν λύνονται όλα τα προβλήματα. Αν αντιμετωπίσουμε ένα πρόβλημα το οποίο δεν μπορεί να λυθεί, πρέπει να δηλώσουμε, εκτός από το ότι δεν λύνεται και το λόγο για τον οποίο δεν λύνεται. Βέβαια πριν καταλήξουμε στο συμπέρασμα ότι ένα πρόβλημα δεν μπορεί να λυθεί, πρέπει να το μελετήσουμε συστηματικά, ώστε να είμαστε σίγουροι.
- Η αντιμετώπιση ενός σύνθετου προβλήματος περιλαμβάνει τα εξής στάδια:
  - Εντοπίζουμε τις μαθηματικές πληροφορίες, οι οποίες περιέχονται στα δεδομένα.
  - Οργανώνουμε αυτές τις πληροφορίες.
  - Επιλέγουμε τρόπο λύσης.
  - Κάνουμε έναν πρόχειρο υπολογισμό του αποτελέσματος με στρογγυλοποιήσεις.
  - Υπολογίζουμε με ακρίβεια το αποτέλεσμα.
  - Ελέγχουμε το αποτέλεσμα αν είναι λογικό και αν απέχει πολύ από τον πρόχειρο υπολογισμό που κάναμε.
  - Κάνουμε επαλήθευση.
- Αν θέλουμε να μεγαλώσουμε ή να μικρύνουμε μια εικόνα ή ένα σχήμα, το οποίο βρίσκεται μέσα σε πλέγμα, μεγαλώνουμε ή μικραίνουμε τα τετραγωνάκια του πλέγματος και μεταφέρουμε το σχήμα από κάθε τετραγωνάκι στο αντίστοιχο. Αν μεγαλώσουμε τα τετραγωνάκια του πλέγματος, κάνουμε μεγέθυνση του σχήματος. Αν μικρύνουμε τα τετραγωνάκια του πλέγματος, κάνουμε σμίκρυνση του σχήματος. Αν δεν μεγαλώσουμε ή μικρύνουμε τα τετραγωνάκια του πλέγματος, κάνουμε απλά αναπαραγωγή του σχήματος.  
Η σχέση μεγέθυνσης ή σμίκρυνσης ανάμεσα σε δύο εικόνες ή σχήματα ονομάζεται κλίμακα και περιγράφεται με κλάσμα ή διαίρεση. Όταν γνωρίζουμε την κλίμακα, μπορούμε να κάνουμε μετατροπές από το σχέδιο στην πραγματικότητα κάνοντας πολλαπλασιασμό και από την πραγματικότητα στο σχέδιο κάνοντας διαίρεση.

**Η ελιά του Πλάτωνα**

**Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:**

- Μονάδα μέτρησης του χρόνου είναι η **ώρα**. Μια ώρα υποδιαιρείται σε 60 **λεπτά**, ενώ κάθε λεπτό υποδιαιρείται σε 60 **δευτερόλεπτα**.
- Πολλαπλάσια της ώρας μονάδα είναι η **ημέρα (εικοσιτετράωρο)**, η οποία αποτελείται από 24 ώρες, η **εβδομάδα** (7 ημέρες), ο **μήνας** (30 ημέρες) και το **έτος** (12 μήνες).
- Για πολύ μεγάλες χρονικές περιόδους χρησιμοποιούμε τον **αιώνα** (100 έτη) ή τη **χιλιετία** (1000 έτη).

Ο χρόνος είναι πάντοτε συμμιγής αριθμός και δεν γράφεται ποτέ με δεκαδικό τρόπο.

**Η ημερομηνία γέννησης**

**Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:**

- Τα ποσά, τα οποία χρησιμοποιούμε στην καθημερινότητα, εκφράζονται σε φυσική μορφή (π.χ. 5 μέτρα), σε δεκαδική μορφή (π.χ. 2,5 μέτρα) ή σε συμμιγή μορφή (π.χ. 2 μέτρα 50 εκατοστά). Ειδικά ο χρόνος εκφράζεται πάντοτε σε συμμιγή μορφή (π.χ. 2 ώρες 45 λεπτά).
- Όταν ένα ποσό είναι σε συμμιγή μορφή μπορεί να μετατραπεί σε φυσική μορφή, μετατρέποντας όλα τα μέρη του στη μικρότερη μονάδα (π.χ. 2 ώρες 45 λεπτά μετατρέπονται σε  $(2 \cdot 60) + 45 = 120 + 45 = 165$  λεπτά). Αυτή η μετατροπή διευκολύνει όταν χρειάζεται να γίνουν υπολογισμοί.

**Φτιάχνουμε κύκλους**

**Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:**

- Για να σχεδιάσω έναν κύκλο πρέπει να γνωρίζω το **κέντρο** του και την **ακτίνα** του, δηλαδή την απόσταση του κέντρου από οποιοδήποτε σημείο του κύκλου.
- Το ευθύγραμμο τμήμα το οποίο ενώνει δύο σημεία του κύκλου, περνώντας από το κέντρο, λέγεται **διάμετρος**. Η διάμετρος είναι διπλάσια της ακτίνας. Αν, δηλαδή, συμβολίσουμε με  $\alpha$  την ακτίνα και με  $\delta$  τη διάμετρο, έχουμε  **$\delta = 2 \cdot \alpha$** .
- Από την αρχαιότητα ανακαλύφθηκε ότι ο λόγος (το κλάσμα): **μήκος του κύκλου / διάμετρος** έχει πάντοτε (σε όλους τους κύκλους) την ίδια τιμή, η οποία είναι περίπου 3,14. Η τιμή αυτή συμβολίζεται με το γράμμα  **$\pi$** . Αυτή η διαπίστωση μας βοηθάει στον υπολογισμό του μήκους του κύκλου. Για να βρούμε, λοιπόν, το μήκος οποιουδήποτε κύκλου πολλαπλασιάζουμε το  $\pi$  (3,14) με τη διάμετρο, δηλαδή  **$\text{μήκος κύκλου} = \pi \cdot \delta$  ή  $\text{μήκος κύκλου} = \pi \cdot 2 \cdot \alpha$**  (π.χ. ένας κύκλος με ακτίνα 3 μέτρα έχει μήκος  $3,14 \cdot 2 \cdot 3 = 18,84$  μέτρα).

**Στο χωράφι**

**Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:**

Όταν διπλασιαστεί η ακτίνα ενός κύκλου, το μήκος του κύκλου διπλασιάζεται.

**Στο πλανητάριο**

**Το «Μαθηματικά Σημαντικό» στο μάθημα αυτό είναι:**

- Ο παρακάτω πίνακας περιγράφει τον τρόπο με τον οποίο γράφουμε ή διαβάζουμε έναν αριθμό ο οποίος έχει μέχρι δώδεκα ψηφία:

δισεκατομμύρια			εκατομμύρια			χιλιάδες			μονάδες		
Εκατοντάδες δισεκατομ.	Δεκάδες Δισεκατομ.	Μονάδες δισεκατομ.	Εκατοντάδες εκατομ.	Δεκάδες εκατομ.	Μονάδες εκατομ.	Εκατοντάδες χιλιάδων	Δεκάδες χιλιάδων	Μονάδες χιλιάδων	εκατοντάδες	δεκάδες	μονάδες

- Ένας αριθμός μπορεί να γραφεί με τρεις διαφορετικούς τρόπους. Μπορεί να γραφεί με ψηφία (π.χ. 13.452.140.750), με λέξεις (π.χ. δεκατρία δισεκατομμύρια, τετρακόσια πενήντα δύο εκατομμύρια, εκατόν σαράντα χιλιάδες, εφτακόσια πενήντα) και με μεικτό τρόπο (π.χ. 13 δισεκατομμύρια, 452 εκατομμύρια, 140 χιλιάδες, 750).
- Στους πολύ μεγάλους αριθμούς, μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε και δεκαδικό τρόπο γραφής, με μονάδα το δισεκατομμύριο (π.χ. ο αριθμός 13.452.000.000 γράφεται 13,452 δισεκατομμύρια).

**Επαναληπτικό 9**

**Κεφάλαια 51- 55**

**Οι βασικές γνώσεις τις οποίες μάθαμε στα κεφάλαια αυτά είναι:**

- Μονάδα μέτρησης του χρόνου είναι η ώρα. Μια ώρα υποδιαιρείται σε 60 λεπτά, ενώ κάθε λεπτό υποδιαιρείται σε 60 δευτερόλεπτα. Πολλαπλάσια της ώρας μονάδα είναι η ημέρα (εικοσιτετράωρο), η οποία αποτελείται από 24 ώρες, η εβδομάδα (7 ημέρες), ο μήνας (30 ημέρες) και το έτος (12 μήνες). Για πολύ μεγάλες χρονικές περιόδους χρησιμοποιούμε τον αιώνα (100 έτη) ή τη χιλιετία (1000 έτη). Ο χρόνος είναι πάντοτε συμμιγής αριθμός και δεν γράφεται ποτέ με δεκαδικό τρόπο.
- Τα ποσά, τα οποία χρησιμοποιούμε, εκφράζονται σε φυσική μορφή, σε δεκαδική μορφή, σε κλασματική μορφή ή σε συμμιγή μορφή. Όταν ένα ποσό είναι σε συμμιγή μορφή μπορεί να μετατραπεί σε φυσική μορφή, μετατρέποντας όλα τα μέρη του στη μικρότερη μονάδα. Αυτή η μετατροπή διευκολύνει όταν χρειάζεται να γίνουν υπολογισμοί.
- Για να σχεδιάσω έναν κύκλο πρέπει να γνωρίζω το κέντρο του και την ακτίνα του, δηλαδή την απόσταση του κέντρου από οποιοδήποτε σημείο του κύκλου. Το ευθύγραμμο τμήμα το οποίο ενώνει δύο σημεία του κύκλου, περνώντας από το κέντρο, λέγεται διάμετρος. Η διάμετρος είναι διπλάσια της ακτίνας.
- Για να βρούμε το μήκος οποιουδήποτε κύκλου πολλαπλασιάζουμε το π (3,14) με τη διάμετρο, δηλαδή: μήκος κύκλου = π\*δ ή μήκος κύκλου = π\*2\*α
- Ο παρακάτω πίνακας περιγράφει τον τρόπο με τον οποίο γράφουμε ή διαβάζουμε έναν αριθμό ο οποίος έχει μέχρι δώδεκα ψηφία:

δισεκατομμύρια			εκατομμύρια			χιλιάδες			μονάδες		
Εκατοντάδες δισεκατομ.	Δεκάδες Δισεκατομ.	Μονάδες δισεκατομ.	Εκατοντάδες εκατομ.	Δεκάδες εκατομ.	Μονάδες εκατομ.	Εκατοντάδες χιλιάδων	Δεκάδες χιλιάδων	Μονάδες χιλιάδων	εκατοντάδες	δεκάδες	μονάδες

Ένας δωδεκαψήφιος αριθμός μπορεί να γραφεί με τρεις διαφορετικούς τρόπους, με ψηφία, με λέξεις ή με μεικτό τρόπο.